

Probabilités, corrigé de l'exercice 2-1

Partie a)

Notations :

p = événement « tirer un élève qui étudie le piano »

\bar{p} = événement « tirer un élève qui n'étudie pas le piano »

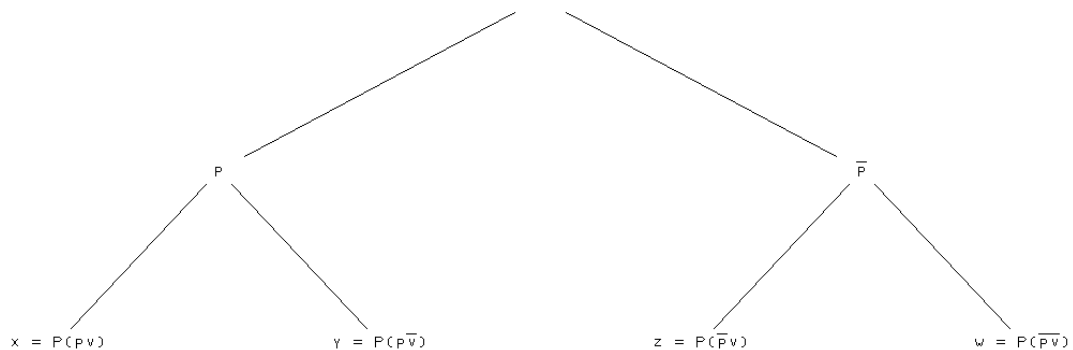
v = événement « tirer un élève qui étudie le violon »

\bar{v} = événement « tirer un élève qui n'étudie pas le violon »

$p \bar{v}$ = événement « l'élève étudie le piano mais pas le violon »

Ce type de problème peut se résoudre au moyen d'un diagramme de Venn. Nous utilisons ici une méthode équivalente qui consiste à calculer **les probabilités des quatre chemins** symbolisés par les quatre inconnues x, y, z et w (les probabilités conditionnelles portées par les branches sont temporairement ignorées) :

$$x = P(p \ v) ; y = P(p \ \bar{v}) ; z = P(\bar{p} \ v) ; w = P(\bar{p} \ \bar{v})$$



1-ère équation : $0.7 = x + y + z$

2-ème équation : $0.1 = x$

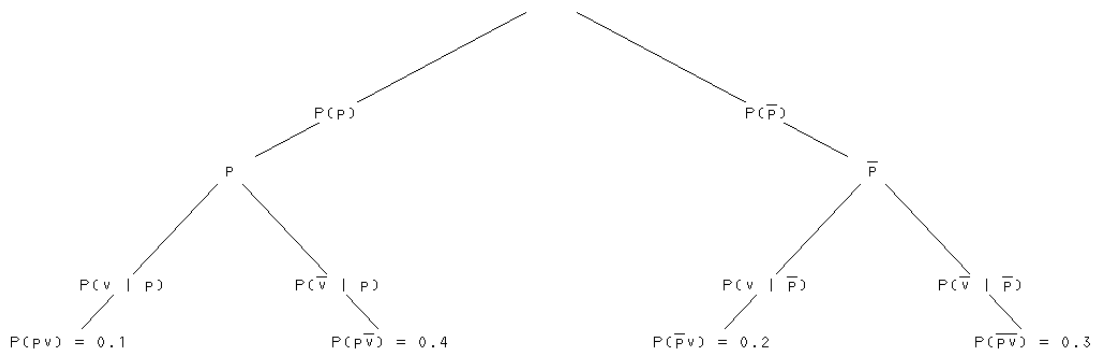
3-ème équation : $(x + z) = 0.6 (x + y)$

4-ème équation : $x + y + z + w = 1.$

Solution $x = 0.1 ; y = 0.4 ; z = 0.2 ; w = 0.3$

Partie a) 1)

Revenons aux probabilités conditionnelles portées par les branches :



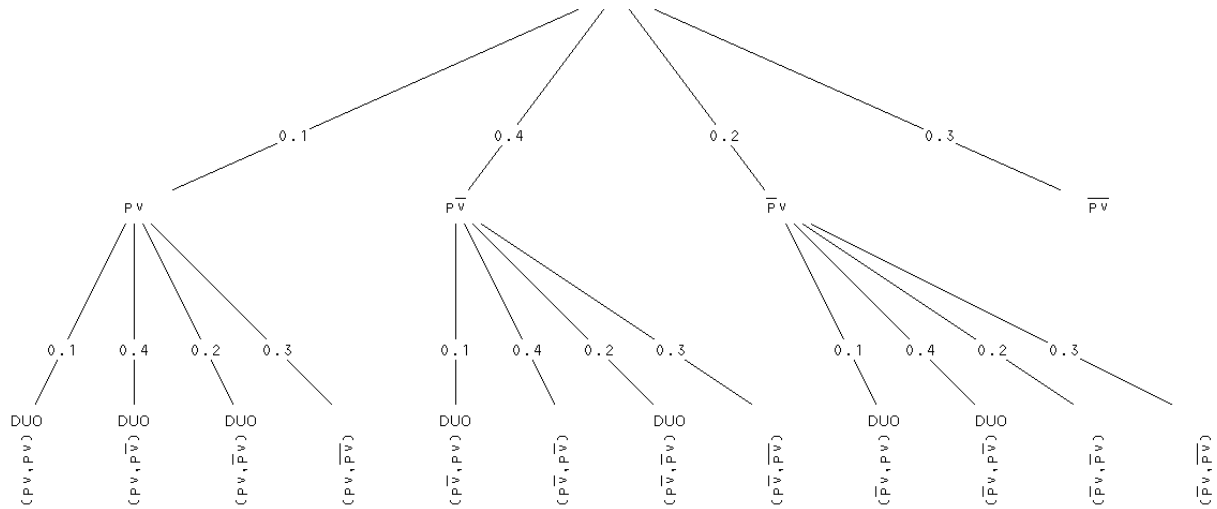
Partition : $P(v) = P(p \ v) + P(\bar{p} \ v) = 0.1 + 0.2 = 0.3 = \mathbf{30 \%}$

Partie a) 2)

Au lieu de faire explicitement appel au [théorème de Bayes](#), partons directement des lois fondamentales du calcul des probabilités.

Probabilité conditionnelle : $P(v | p) = P(p \ v)/P(p) = 0.1/(0.1+0.4) = 0.2 = \mathbf{20 \%}$

Partie b)



L'événement « former un duo piano-violon » se laisse partitionner comme suit :

$$\begin{aligned}
 & P(p v, p v) + P(p v, p \bar{v}) + P(p v, \bar{p} v) + P(p \bar{v}, p v) + P(p \bar{v}, \bar{p} v) + P(\bar{p} v, p v) + P(\bar{p} v, p \bar{v}) \\
 & = 0.1 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.4 + 0.1 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.4 = 0.29 = \mathbf{29 \%}
 \end{aligned}$$

Outil en ligne pour dessiner un arbre de probabilités composées :

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/prob/calculateur/index.html>

Probabilités, énoncés des exercices:

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/prob/2/exercices-2.pdf>