

Énoncés des exercices «4s - Calcul intégral, première partie »

[www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/4s/4s-integr\\_1.pdf](http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/4s/4s-integr_1.pdf)

## 4s - Calcul intégral, première partie - Corrigés

### Corrigé de l'exercice 1

Intégrale indéfinie

$$\begin{aligned}\int \frac{\sqrt{5} - \sqrt{x}}{6x^2} dx &= \int \left( \frac{\sqrt{5}}{6x^2} - \frac{\sqrt{x}}{6x^2} \right) dx \\ &= \frac{\sqrt{5}}{6} \int x^{-2} dx - \frac{1}{6} \int x^{-\frac{3}{2}} dx \\ &= \frac{\sqrt{5}}{6} \frac{1}{(-1)} x^{-1} - \frac{1}{6} (-2) x^{-\frac{1}{2}} + c\end{aligned}$$

Primitive

$$F(x) = \frac{-\sqrt{5}}{6x} + \frac{1}{3\sqrt{x}} + c$$

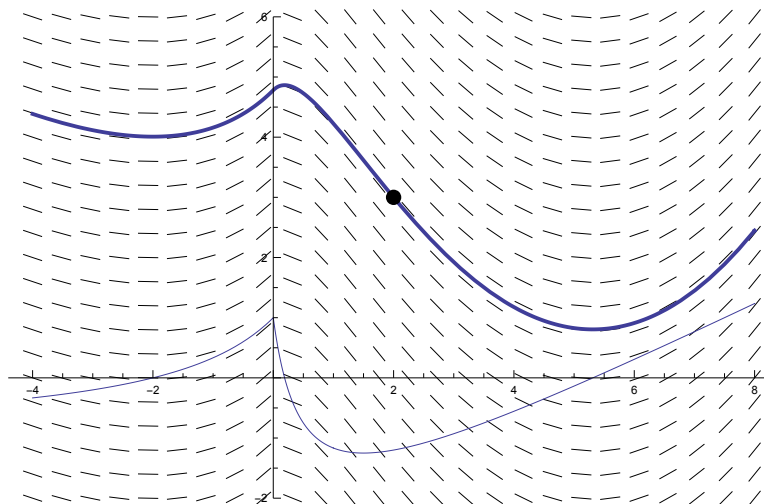
Calcul de la constante

$$F(2) = 3 \iff \frac{-\sqrt{5}}{12} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + c = 3 \iff c = 3 + \frac{\sqrt{5}}{12} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \simeq 2.95064$$

Réponse

$$F(x) = \frac{-\sqrt{5}}{6x} + \frac{1}{3\sqrt{x}} + 3 + \frac{\sqrt{5}}{12} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \simeq \frac{-\sqrt{5}}{6x} + \frac{1}{3\sqrt{x}} + 2.95064$$

### Corrigé de l'exercice 2



## Corrigé de l'exercice 3

a)  $(x^2 + 5)' = 2x$ . L'intégrale est du type  $\int u^n(x)u'(x)dx$

$$\begin{aligned}\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+5}} dx &= \frac{1}{2} \int (x^2+5)^{-\frac{1}{3}} (x^2+5)' dx \\ &= \frac{1}{2} \frac{3}{2} (x^2+5)^{\frac{2}{3}} + c \\ &= \frac{3}{4} \sqrt[3]{(x^2+5)^2} + c\end{aligned}$$

b)  $(\cos(2x - \frac{\pi}{3}))' = -2 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ .

L'intégrale est du type  $\int u^1(x)u'(x)dx = \frac{1}{2}u^2(x) + c$

$$\begin{aligned}\int \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) dx &= -\frac{1}{2} \int \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)\right)' dx \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{2} \left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)\right)^2 + c \\ &= -\frac{1}{4} \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + c\end{aligned}$$

c)  $e^2$  est une constante

$$\int e^2 dx = e^2 x + c$$

d) Division euclidienne de polynômes

$$\begin{array}{r} x^2 + x + 1 \\ x^2 + 3x \\ \hline -2x + 1 \\ -2x - 6 \\ \hline 7 \end{array} \quad \frac{x+3}{x-2}$$

$$\begin{aligned}\int \frac{x^2 + x + 1}{x + 3} dx &= \int \left(x - 2 + \frac{7}{x + 3}\right) dx \\ &= \int (x - 2) dx + 7 \int \frac{1}{x + 3} dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 7 \ln(|x + 3|) + c\end{aligned}$$

e)  $(e^{2x} + e^{-2x})' = 2e^{2x} - 2e^{-2x} = 2(e^{2x} - e^{-2x})$ .

L'intégrale est du type  $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln(|u(x)|) + c$

$$\begin{aligned}\int \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{(e^{2x} + e^{-2x})'}{e^{2x} + e^{-2x}} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln(|e^{2x} + e^{-2x}|) + c \\ &= \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + e^{-2x}) + c\end{aligned}$$

Lien vers la page mère : [Exercices avec corrigés sur www.deleze.name](http://www.deleze.name)

[www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html](http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html)