Énoncés des exercices « 3s - Dérivées I: définition et règles de calcul »

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/3s/3s-derivees_1.pdf

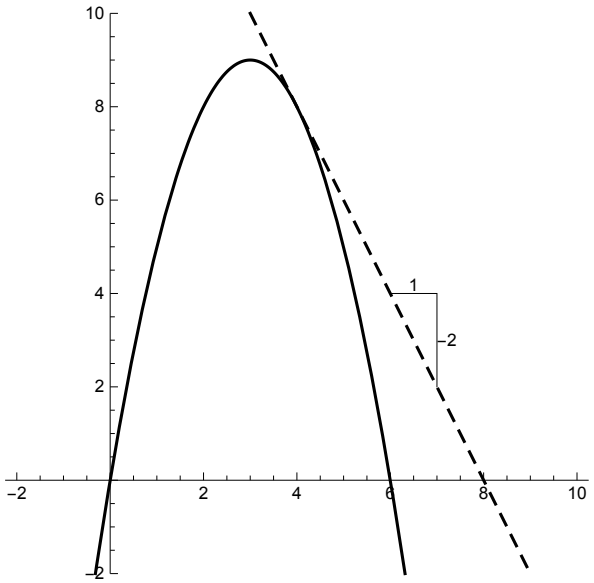
Dérivées I : définition et règles de calcul - Corrigés

Corrigé de l'exercice 1

$$\overline{m}_{[4;6]} = \frac{f(6)-f(4)}{6-4} = \frac{0-8}{2} = -4$$

$$\overline{m}_{[4;x]} = \frac{f(x)-f(4)}{x-4} = \frac{6x-x^2-8}{x-4} = \frac{(x-4)(-x+2)}{x-4} = -x+2$$

$$f'(4) = \lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4} = \lim_{x\to 4}(-x+2) = -4+2 = -2 \quad \text{(voir fig.)}$$

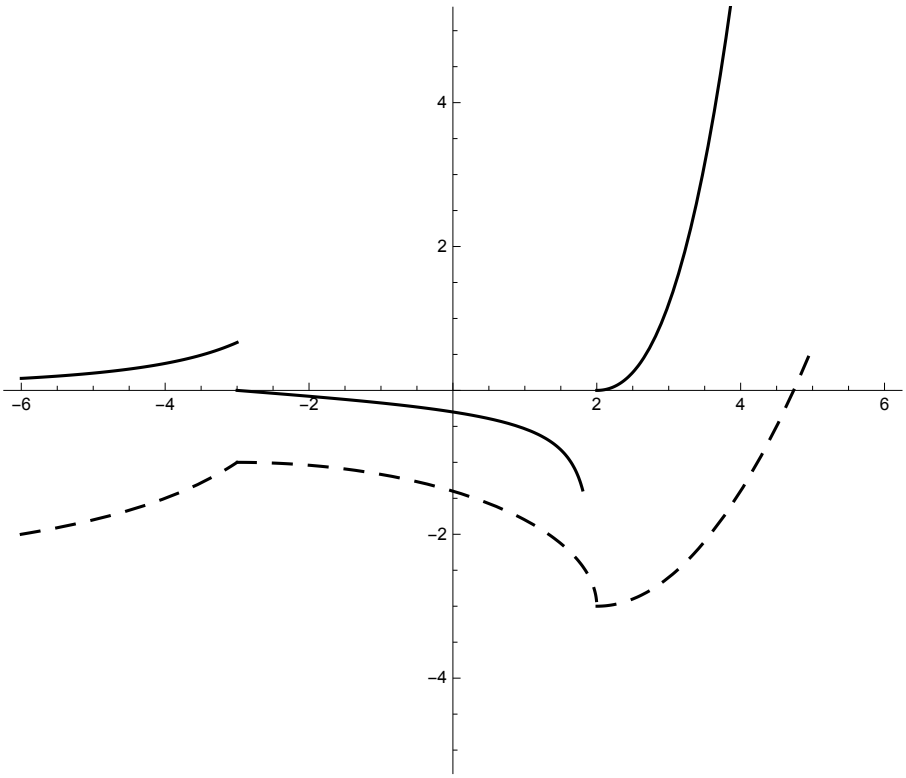


$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)(6-x-h)-x(6-x)}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{6x+6h-x^2-xh-xh-h^2-6x+x^2}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{6h-2xh-h^2}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}(6-2x-h)\\
&= 6-2x
\end{aligned}$$

$$f'(2) = 6-2\cdot 2 = 2$$

$$f'(6) = 6-2\cdot 6 = -6$$

Corrigé de l'exercice 2



Corrigé de l'exercice 3

$$\begin{aligned} f'(x) =& \frac{8}{5}\left(x^{-3}\right)' - \frac{3}{4}\left(x^{-2}\right)' + \frac{6}{7}\left(x^{-1}\right)' \\ =& \frac{8}{5}(-3)x^{-4} - \frac{3}{4}(-2)x^{-3} + \frac{6}{7}(-1)x^{-2} \\ =& \frac{-24}{5x^4} + \frac{3}{2x^3} - \frac{6}{7x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= \left(\frac{5}{3}x^{-2}\right)'\left(2x^2+8x-7\right) + \left(\frac{5}{3x^2}\right)\left(2x^2+8x-7\right)' \\ &= \left(\frac{5}{3}(-2)x^{-3}\right)\left(2x^2+8x-7\right) + \left(\frac{5}{3x^2}\right)(4x+8) \\ &= \frac{-10\left(2x^2+8x-7\right)+5x(4x+8)}{3x^3} \\ &= \frac{-40x+70}{3x^3} \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 4

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{3}{\sqrt{2}+1}\right)' + \left(-\frac{1}{2\pi}\right)(x)' + \left(\sqrt{3}-1\right)\left(x^{-1}\right)' \\ &= 0 + \left(-\frac{1}{2\pi}\right)1 + \left(\sqrt{3}-1\right)\left(-x^{-2}\right) \\ &= -\frac{1}{2\pi} + \left(\sqrt{3}-1\right)\left(\frac{-1}{x^2}\right) \\ &= -\frac{1}{2\pi} - \frac{\sqrt{3}-1}{x^2} \end{aligned}$$

$$g'(x) = \left(\frac{x^3}{x^2} - \frac{2x^2}{x^2} + \frac{13}{x^2}\right)' = \left(x - 2 + 13x^{-2}\right)' = 1 - 0 + 13(-2)x^{-3} = 1 - \frac{26}{x^3}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= \left(x^3 - 5x + 2\right)'\left(x^2 + 3x - 7\right) + \left(x^3 - 5x + 2\right)\left(x^2 + 3x - 7\right)' \\ &= \left(3x^2 - 5\right)\left(x^2 + 3x - 7\right) + \left(x^3 - 5x + 2\right)(2x + 3) \\ &= \ldots \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 5

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} = \lim_{x\to 3}(x+1) = 3 + 1 = 4$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{(2+h)^4} - \frac{1}{16}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) \quad \text{où } f(x) = \frac{1}{x^4}$$

$$f'(x) = \left(x^{-4}\right)' = -4x^{-5} = \frac{-4}{x^5}$$

$$f'(2) = \frac{-4}{2^5} = -\frac{1}{8}$$

Lien vers la page mère : Exercices avec corrigés sur www.deleze.name

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html

Marcel Délèze