

Énoncés des exercices « 2s- Suites et séries »

[www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/2s/2s-suites.pdf](http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/2s/2s-suites.pdf)

## 2s- Suites et séries - Corrigés

### Corrigé de l'exercice 1

$$u_1 = 2^3 - 1^3 = 7$$

$$u_2 = 3^3 - 2^3 = 19$$

$$u_3 = 4^3 - 3^3 = 37$$

$$u_4 = 5^3 - 4^3 = 61$$

La suite  $u_n$  n'est ni arithmétique, ni géométrique.

$$v_1 = u_2 - u_1 = 19 - 7 = 12$$

$$v_2 = u_3 - u_2 = 37 - 19 = 18$$

$$v_3 = u_4 - u_3 = 61 - 37 = 24$$

$$v_4 = u_5 - u_4 = 91 - 61 = 30$$

La suite  $v_n$  est arithmétique de raison 6.

### Corrigé de l'exercice 2

$$S_n = n \frac{u_1 + u_n}{2}$$

$$136.74 = 53 \frac{\frac{1}{2} + u_{53}}{2}$$

$$u_{53} = \frac{136.74 \cdot 2}{53} - \frac{1}{2} = 4.66$$

$$u_n = u_1 + (n - 1)r$$

$$4.66 = \frac{1}{2} + 52r$$

$$r = \frac{4.66 - \frac{1}{2}}{52} = 0.08$$

## Corrigé de l'exercice 3

$$u_1 = 13; \quad u_2 = 26; \quad u_n = 13n$$

$$u_n = 13n \leq 10000; \quad n \leq \frac{10000}{13} \simeq 769.23$$

$$u_{769} = 9997; \quad n = 769 = \text{nombre de termes}$$

$$S = 13 + 26 + \dots + 9997 = 769 \frac{u_1 + u_{769}}{2} = 769 \frac{13 + 9997}{2} = 769 \cdot 5005 = 3848845$$

## Corrigé de l'exercice 4

$$v_1 = v_0 - \frac{7}{100}v_0 = 0.93v_0$$

$$v_2 = v_1 - \frac{7}{100}v_1 = 0.93v_1 = 0.93^2v_0$$

$$v_n = 0.93^n v_0$$

$$12000 = 0.93^{10}v_0$$

$$v_0 = \frac{12000}{0.93^{10}} \simeq 24794.3$$

## Corrigé de l'exercice 5

$$u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 1055$$

$$u_0 + u_0 \frac{2}{3} + u_0 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + u_0 \left(\frac{2}{3}\right)^3 + u_0 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1055$$

$$u_0 \left(1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4\right) = 1055$$

$$u_0 \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5}{1 - \frac{2}{3}} = 1055$$

$$u_0 = 1055 \frac{1 - \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5} = \frac{1055}{3 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5\right)} = 405$$

$$u_1 = u_0 \frac{2}{3} = 270; \quad u_2 = 180; \quad u_3 = 120; \quad u_4 = 80$$

## Corrigé de l'exercice 6

$$\sum_{j=0}^n \left(\frac{7}{10}\right)^j = 1 + \frac{7}{10} + \left(\frac{7}{10}\right)^2 + \dots + \left(\frac{7}{10}\right)^n = 1 \frac{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^{n+1}}{1 - \frac{7}{10}} = \frac{10}{3} \left(1 - \left(\frac{7}{10}\right)^{n+1}\right)$$

$$\sum_{j=1}^n (3j - 2) = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + (3n - 2) = n \frac{1 + (3n - 2)}{2} = n \frac{3n - 1}{2}$$

## Corrigé de l'exercice 7

$$\sum_{k=7}^{77} \left(\frac{9k}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^k\right) = \text{somme des termes } \left(\frac{9k}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^k\right) \text{ pour } k = 7, 8, 9, \dots, 76, 77$$

$$= \left(\frac{9 \cdot 7}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^7\right) + \left(\frac{9 \cdot 8}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^8\right) + \left(\frac{9 \cdot 9}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^9\right) + \dots$$

$$+ \left(\frac{9 \cdot 76}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^{76}\right) + \left(\frac{9 \cdot 77}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^{77}\right)$$

b) Regroupons les termes formant une suite arithmétique et ceux formant une suite géométrique

$$\sum_{k=7}^{77} \left(\frac{9k}{8} - \left(\frac{8}{9}\right)^k\right) = \left(\frac{9 \cdot 7}{8} + \frac{9 \cdot 8}{8} + \frac{9 \cdot 9}{8} + \dots + \frac{9 \cdot 76}{8} + \frac{9 \cdot 77}{8}\right)$$

$$- \left(\left(\frac{8}{9}\right)^7 + \left(\frac{8}{9}\right)^8 + \left(\frac{8}{9}\right)^9 + \dots + \left(\frac{8}{9}\right)^{76} + \left(\frac{8}{9}\right)^{77}\right)$$

$$= 71 \frac{\frac{9 \cdot 7}{8} + \frac{9 \cdot 77}{8}}{2} - \left(\frac{8}{9}\right)^7 \frac{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{71}}{1 - \frac{8}{9}}$$

$$= 71 \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{7 + 77}{2} - \left(\frac{8}{9}\right)^7 \cdot 9 \cdot \left(1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{71}\right)$$

$$\simeq 3350.8$$

## Corrigé de l'exercice 8

Etape numéro 0 :

$$u_0 = 1$$

Etape numéro 1 :

$$u_1 = 1 + \frac{1}{6}u_0 = 1 + \frac{1}{6}$$

Etape numéro 2 :

$$u_2 = 1 + \frac{1}{6}u_1 = 1 + \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{6}\right) = 1 + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

Etape numéro 3 :

$$u_3 = 1 + \frac{1}{6}u_2 = 1 + \frac{1}{6} \left( 1 + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \right) = 1 + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

Etape numéro n :

$$u_n = 1 + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{6}\right)^n = 1 \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{6}{5} \left( 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{n+1} \right)$$

Etape numéro 10 :

$$u_{10} = \frac{6}{5} \left( 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{11} \right) \simeq 1.2 \quad [\text{litre}]$$

### Corrigé de l'exercice 9

Compréhension :

Chaque jour, on retire 1 % du contenu du tonneau puis on rajoute 1 litre d'eau.

Premier jour :

$$\begin{pmatrix} 100 \text{ vin} \\ 0 \text{ eau} \end{pmatrix} - 1\% \begin{pmatrix} 100 \text{ vin} \\ 0 \text{ eau} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \text{ vin} \\ 1 \text{ eau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 99 \text{ vin} \\ 1 \text{ eau} \end{pmatrix}$$

Deuxième jour :

$$\begin{pmatrix} 99 \text{ vin} \\ 1 \text{ eau} \end{pmatrix} - 1\% \begin{pmatrix} 99 \text{ vin} \\ 1 \text{ eau} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \text{ vin} \\ 1 \text{ eau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98.01 \text{ vin} \\ 1.99 \text{ eau} \end{pmatrix}$$

Troisième jour :

$$\begin{pmatrix} 98.01 \text{ vin} \\ 1.99 \text{ eau} \end{pmatrix} - 1\% \begin{pmatrix} 98.01 \text{ vin} \\ 1.99 \text{ eau} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \text{ vin} \\ 1 \text{ eau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 97.0299 \text{ vin} \\ 2.9701 \text{ eau} \end{pmatrix}$$

En résumé : chaque jour, la quantité de vin pur diminue de 1 %

$$v_0 = 100$$

$$v_1 = v_0 - \frac{1}{100}v_0 = v_0(0.99) = 100 \cdot (0.99) = 99$$

$$v_2 = v_1 - \frac{1}{100}v_1 = v_1(0.99) = v_0(0.99)^2 = 100 \cdot (0.99)^2 = 98.01$$

$$v_3 = v_2 - \frac{1}{100}v_2 = v_2(0.99) = v_0(0.99)^3 = 100 \cdot (0.99)^3 \simeq 97.0299$$

$$v_n = 100 \cdot (0.99)^n$$

$$v_{100} = 100 \cdot (0.99)^{100} \simeq 36.6032$$

Lien vers la page mère : [Exercices avec corrigés sur www.deleze.name](http://www.deleze.name)

[www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html](http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html)