

Énoncés des exercices « 2s - Fonctions et équations exponentielles et logarithmiques »

[www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/2s/2s-exp-log.pdf](http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/2s/2s-exp-log.pdf)

2s - Fonctions et équations exponentielles et logarithmiques  
- Corrigés

Corrigé de l'exercice 1

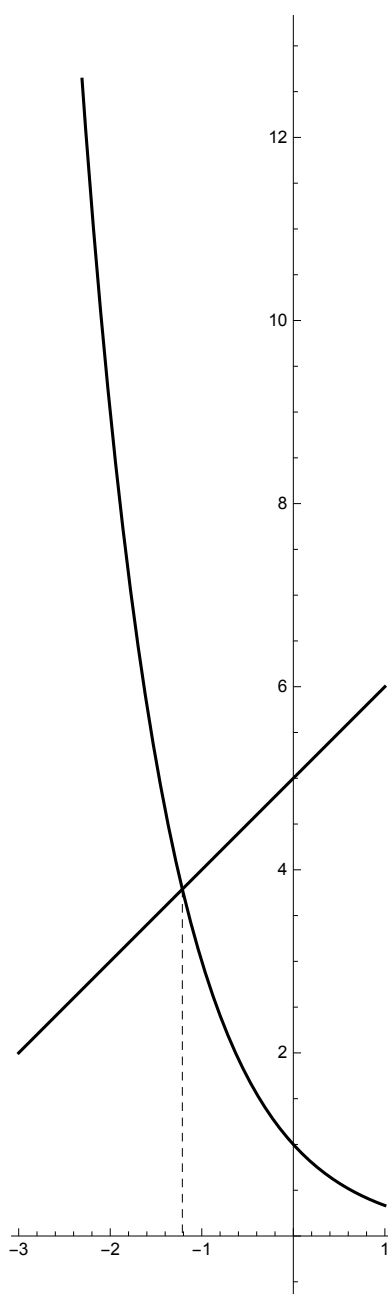
$$\frac{\sqrt[3]{a^5}a}{a^2\sqrt{a^3}} = a^{\frac{5}{3}}aa^{-2}a^{-\frac{3}{2}} = a^{\frac{5}{3}+1-2-\frac{3}{2}} = a^{\frac{10+6-12-9}{6}} = a^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{a^5}}$$

Corrigé de l'exercice 2

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} + a^2}{\sqrt{a}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} + a^2}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}(1 + a^{\frac{4}{3}})}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{6}}(1 + a^{\frac{4}{3}}) = \sqrt[6]{a}(1 + \sqrt[3]{a^4})$$

Corrigé de l'exercice 3 a)

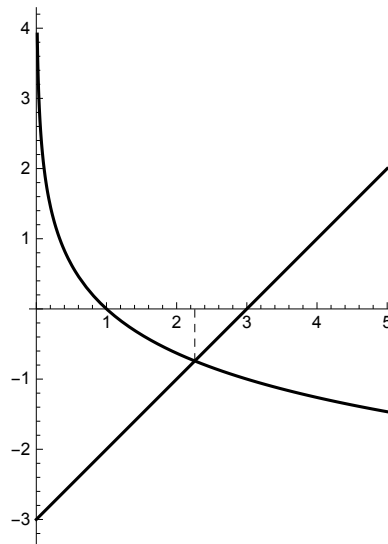
x	-2	-1	0	1	2
$(\frac{1}{3})^x$	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
x+5	3	4	5	6	7



$$x \approx -1.2$$

## Corrigé de l'exercice 3 b)

x	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
$\log_{\frac{1}{3}}(x)$	3	2	1	0	-1	-2



$$x \approx 2.3$$

## Corrigé de l'exercice 4

$$x^6 = \frac{7}{3} \iff x = \pm \sqrt[6]{\frac{7}{3}} \simeq \pm 1.15167 \quad (2 \text{ solutions})$$

$$x^5 = \frac{10}{3} \iff x = \sqrt[5]{\frac{10}{3}} \simeq 1.27226 \quad (1 \text{ solution})$$

## Corrigé de l'exercice 5 a)

$$3^x = 5 \cdot 2^x$$

$$\ln(3^x) = \ln(5 \cdot 2^x)$$

$$x \cdot \ln(3) = \ln(5) + \ln(2^x)$$

$$x \cdot \ln(3) = \ln(5) + x \cdot \ln(2)$$

$$x \cdot \ln(3) - x \cdot \ln(2) = \ln(5)$$

$$x(\ln(3) - \ln(2)) = \ln(5)$$

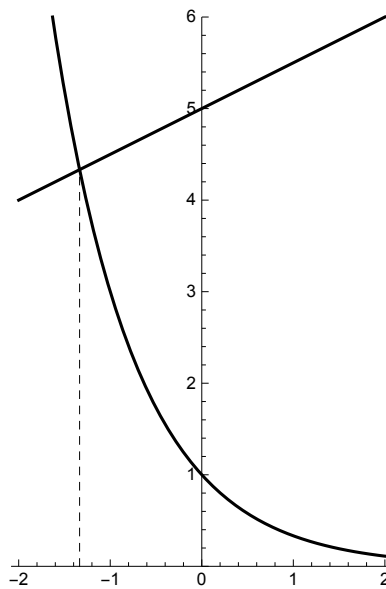
$$x \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) = \ln(5)$$

$$x = \frac{\ln(5)}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} \simeq 3.96936$$

## Corrigé de l'exercice 5 b)

$$\begin{aligned}\ln(x + 5) &= 3 + \ln(x) \\ \exp(\ln(x + 5)) &= \exp(3 + \ln(x)) \\ x + 5 &= \exp(3) \cdot \exp(\ln(x)) \\ x + 5 &= e^3 \cdot x \\ 5 &= e^3 \cdot x - x \\ 5 &= x \cdot (e^3 - 1) \\ x &= \frac{5}{e^3 - 1} \simeq 0.261978\end{aligned}$$

## Corrigé de l'exercice 6

Réponse :  $x \approx -1.3$ 

## Corrigé de l'exercice 7

a)

$$p(t) = p_0 \cdot r^t \quad \text{Croissance à taux constant}$$

$$p(12) = p_0 \cdot 17 \cdot 10^6 \quad \text{Equation d'inconnue } r$$

$$p_0 \cdot r^{12} = p_0 \cdot 17 \cdot 10^6$$

$$r^{12} = 17 \cdot 10^6$$

$$r = (17 \cdot 10^6)^{\frac{1}{12}}$$

$$i = r - 1 \simeq 3.0044 \simeq 300.44\% \quad \text{Taux horaire } i$$

b)

$$p(t) = p_0 \cdot (17 \cdot 10^6)^{\frac{t}{12}} \quad \text{Loi de croissance}$$

$$p(t) = 10 \cdot p_0 \quad \text{Equation d'inconnue } t$$

$$p_0 \cdot (17 \cdot 10^6)^{\frac{t}{12}} = 10 \cdot p_0$$

$$\begin{aligned} (17 \cdot 10^6)^{\frac{t}{12}} &= 10 \\ \ln\left((17 \cdot 10^6)^{\frac{t}{12}}\right) &= \ln(10) \\ \frac{t}{12} \cdot \ln(17 \cdot 10^6) &= \ln(10) \\ t &= \frac{12 \cdot \ln(10)}{\ln(17 \cdot 10^6)} \simeq 1.65965 \simeq 1 \text{ h } 39 \text{ min } 35 \text{ s} \end{aligned}$$

**Corrigé de l'exercice 8**

$$\begin{aligned} C_n &= C_0 r^n, \quad r^n = \frac{C_n}{C_0} \\ r^{60} &= \frac{3500000}{200000} = \frac{35}{2}, \quad r = \pm \sqrt[60]{\frac{35}{2}} \text{ et } r > 0 \\ r &= \left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{1}{60}} \simeq 1.04886, \quad i = r - 1 \simeq 0.04886 \simeq 4.886\% \end{aligned}$$

**Corrigé de l'exercice 9**

$$\begin{aligned} u_n &= u_0 q^n, \quad q^n = \frac{u_n}{u_0} \\ 0.4^n &= \frac{0.0000262144}{24.4140625}, \quad \ln(0.4^n) = \ln\left(\frac{0.0000262144}{24.4140625}\right) \\ n \ln(0.4) &= \ln\left(\frac{0.0000262144}{24.4140625}\right), \quad n = \frac{\ln\left(\frac{0.0000262144}{24.4140625}\right)}{\ln(0.4)} = 15 \end{aligned}$$

**Corrigé de l'exercice 10**

$$\begin{aligned} 3 \ln\left(\frac{1}{5x-1}\right) &= 7, \quad \ln\left(\frac{1}{5x-1}\right) = \frac{7}{3} \\ \frac{1}{5x-1} &= e^{\frac{7}{3}}, \quad 5x-1 = \frac{1}{e^{\frac{7}{3}}} = e^{-\frac{7}{3}} \\ x &= \frac{1 + e^{-\frac{7}{3}}}{5} \simeq 0.219394 \end{aligned}$$

**Corrigé de l'exercice 11**

a) Après chaque renouvellement, l'aquarium perd 10% du colorant.

$$\begin{aligned} v_0 &= 10 \quad [\text{litres}] \\ v_1 &= v_0 - 10\% \cdot v_0 = 10 \cdot 0.9 = 9 \\ v_2 &= v_1 - 10\% \cdot v_1 = v_1 \cdot 0.9 = 10 \cdot 0.9^2 = 8.1 \\ v_n &= 10 \cdot 0.9^n \end{aligned}$$

b)

$$v_n < 1$$

$$\begin{aligned}15 \cdot 0.8^n &< 1 \\0.8^n &< \frac{1}{15} \\ \ln(0.8^n) &< \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\ n \cdot \ln(0.8) &< \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\ n &> \frac{\ln\left(\frac{1}{15}\right)}{\ln(0.8)} \simeq 12.136 \\ n &\geq 13\end{aligned}$$

### Corrigé de l'exercice 12

Ensemble de définition

$$5 - 2x > 0 \quad \text{et} \quad 4 - 3x > 0$$

$$x < \frac{5}{2} \quad \text{et} \quad x < \frac{4}{3}$$

$$D = ] - \infty; \frac{4}{3} [$$

$$\ln(5 - 2x) + \ln(4 - 3x) = \ln(4) - \ln(3)$$

$$\ln((5 - 2x) \cdot (4 - 3x)) = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$(5 - 2x)(4 - 3x) = \frac{4}{3}$$

$$20 - 23x + 6x^2 = \frac{4}{3}$$

$$18x^2 - 69x + 56 = 0$$

$$\Delta = 729; \quad x_1 = \frac{69 - 27}{36} = \frac{7}{6}; \quad x_2 = \frac{69 + 27}{36} = \frac{8}{3}$$

$$\text{Filtrage : } x_2 \notin D. \quad \text{Réponse : } S = \left\{\frac{7}{6}\right\}.$$

Lien vers la page mère : [Exercices avec corrigés sur www.deleze.name](http://www.deleze.name)

[www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html](http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html)

*Marcel Délèze*