Mathématiques | Niveau secondaire II | Première année scolaire post-obligatoire
Lien vers la page mère : Exercices avec corrigés sur www.deleze.name
www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html

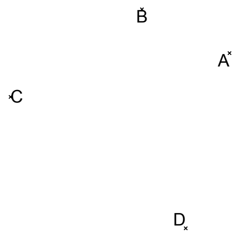
Géométrie vectorielle dans le plan

Matières

Opérations vectorielles, repères et bases, colinéarité, applications géométriques.

Exercice 1

On donne les points A, B, C, D.



a) Construire avec la règle et le compas le point E tel que $\overrightarrow{\mathrm{CE}} = \overrightarrow{\mathrm{AD}} - 2\overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

b) Construire avec la règle et le compas le point F tel que $\overrightarrow{\mathrm{DF}} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{\mathrm{BA}}$.

Exercice 2

Par rapport à une base $(\vec{i}, \vec{j})$, on donne les vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

a) Déterminez graphiquement les composantes de $\vec{c}$ dans la base $(\vec{a}, \vec{b})$ (valeurs approchées).

b) Calculez les composantes de $\vec{c}$ dans la base $(\vec{a}, \vec{b})$ (valeurs exactes).

Exercice 3

a) Quel est l'ensemble des m pour lesquels la norme du vecteur $\begin{pmatrix} 2m-1 \\ 4 \end{pmatrix}$ est égale à 7 ?

b) Déterminer m pour que les vecteurs $\begin{pmatrix} m+1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ m-1 \end{pmatrix}$ soient linéairement dépendants ?

c) Déterminer m pour que les vecteurs $\begin{pmatrix} 3m \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ m \end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

Exercice 4

Soit ABCD un parallélogramme. Notons E le point milieu du segment AB et soit F le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{DE}}$.
Démontrer par calcul vectoriel que $\overrightarrow{\mathrm{FB}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

Exercice 5

On donne les points

$$A(3;5),\ B(-2;4),\ C(-3;2),\ D(12;5);$$

soit K et L les milieux des segments CD et AB respectivement.

a) Montrez que $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ sont colinéaires.

b) Exprimez $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{KL}}$ dans la base $\left(\overrightarrow{\mathrm{BA}}, \overrightarrow{\mathrm{BC}}\right)$.

c) Dans le but de prouver que les droites AD, KL et BC sont concourantes, définissons les points S_1, S_2, S_3 tels que

$$\overrightarrow{\mathrm{DS_1}} = \frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{DA}},\ \overrightarrow{\mathrm{KS_2}} = \frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{KL}},\ \overrightarrow{\mathrm{CS_3}} = \frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{CB}}.$$

— Faites une figure.

— Exprimez les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{CS_1}}, \overrightarrow{\mathrm{CS_2}}, \overrightarrow{\mathrm{CS_3}}$ dans la base $\left(\overrightarrow{\mathrm{BA}}, \overrightarrow{\mathrm{BC}}\right)$.

— Quelles conséquences en tirez-vous ?

Exercice 6

a) On donne les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$. Calculer $\| \vec{a} - \vec{b} \|$.

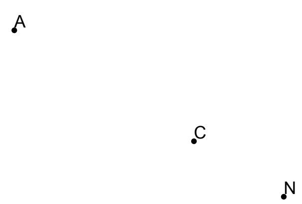
b) Le point P étant défini par la relation $\overrightarrow{\mathrm{PA}} + \overrightarrow{\mathrm{PB}} + \overrightarrow{\mathrm{PC}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$, exprimer le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ en fonction des points A, B, C seulement. Simplifier le résultat.

Exercice 7

Pour des points A, B, C donnés, on définit les points M et N par $\overrightarrow{\mathrm{MC}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CN}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{CB}}$. Faites une esquisse de la situation et démontrez par calcul vectoriel que $\overrightarrow{\mathrm{MN}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

Exercice 8

On donne les coordonnées des points $A(-2.7;3.2)$ et $C(4.6;-1.3)$. Calculer les coordonnées du point N tel que les points A, C, N sont alignés, la distance CN est égale à la moitié de la distance CA et les points sont disposés comme indiqué dans la figure



Exercice 9

Soit A, B, C les sommets d'un triangle quelconque, K le point milieu du segment BC, L le milieu de CA et M le milieu de AB. Démontrez par calcul que

$$\overrightarrow{\mathrm{KA}} + \overrightarrow{\mathrm{LB}} + \overrightarrow{\mathrm{MC}} = \vec{0}$$

Corrigés des exercices « Géométrie vectorielle dans le plan »

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/1/vecteurs_2d-cor.pdf