

Calcul littéral - Corrigés

Énoncés des exercices « Calcul littéral »

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/1/calcul_litteral.pdf

Corrigé de l'exercice 1

a) Développer, réduire et ordonner par puissances décroissantes

$$\begin{aligned}\left(\frac{x^3}{2} - \frac{5x^2}{4} - 1\right)(4x^2 - 2) &= \frac{x^3}{2} \cdot 4x^2 + \frac{x^3}{2}(-2) - \frac{5x^2}{4} \cdot 4x^2 - \frac{5x^2}{4}(-2) - 1 \cdot 4x^2 - 1 \cdot (-2) \\ &= 2x^5 - x^3 - 5x^4 + \frac{5x^2}{2} - 4x^2 + 2 \\ &= 2x^5 - 5x^4 - x^3 - \frac{3x^2}{2} + 2\end{aligned}$$

b) Développer, réduire et ordonner par puissances décroissantes

$$\begin{aligned}(x^2 + 2)^2 - (2x^2 - 1)^2 &= x^4 + 4x^2 + 4 - (4x^4 - 4x^2 + 1) \\ &= -3x^4 + 8x^2 + 3\end{aligned}$$

c) Développer, réduire et ordonner par puissances décroissantes

$$\begin{aligned}\left(\frac{a}{3} - 2b^2\right)^3 &= \left(\frac{a}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{a}{3}\right)^2(2b^2) + 3\left(\frac{a}{3}\right)(2b^2)^2 - (2b^2)^3 \\ &= \frac{a^3}{27} - 3\frac{a^2}{9} \cdot 2b^2 + 3\frac{a}{3}4b^4 - 8b^6 \\ &= -8b^6 + 4ab^4 - \frac{2a^2b^2}{3} + \frac{a^3}{27}\end{aligned}$$

d) Développer, réduire et ordonner par puissances décroissantes

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= (a + b + c)(a + b + c) \\ &= aa + ab + ac + ba + bb + bc + ca + cb + cc \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 2

a) Développer

$$\begin{aligned}\left(\frac{4}{5}ac + \frac{1}{3}bd\right)\left(\frac{3}{4}ab - \frac{2}{3}cd\right) &= \frac{4}{5}ac \cdot \frac{3}{4}ab + \frac{4}{5}ac \cdot \left(-\frac{2}{3}cd\right) + \frac{1}{3}bd \cdot \frac{3}{4}ab + \frac{1}{3}bd \cdot \left(-\frac{2}{3}cd\right) \\ &= \frac{3}{5}a^2bc - \frac{8}{15}ac^2d + \frac{1}{4}ab^2d - \frac{2}{9}bcd^2\end{aligned}$$

b) Simplifier

$$\frac{14b^4x}{15a^2x} \cdot \frac{5ay}{7b^3y} = \frac{2b}{3a}$$

c) Factoriser

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2(a^2b-4b) - (a^2-b^2)(b+a) &= (a+b)^2(a^2b-4b) - (a-b)(a+b)(a+b) \\
 &= (a+b)^2(a^2b-4b - (a-b)) \\
 &= (a+b)^2(a^2b-4b-a+b) \\
 &= (a+b)^2(a^2b-a-3b)
 \end{aligned}$$

Question 3

a) Factoriser

$$\begin{aligned}
 x(a-b) + 3(b-a) + (a-b)^2 &= x(a-b) - 3(a-b) + (a-b)^2 \\
 &= (a-b)(x-3+(a-b)) \\
 &= (a-b)(x-3+a-b)
 \end{aligned}$$

b) Factoriser

$$1 + 9x + 27x^2 + 27x^3 = (1 + 3x)^3$$

c) Factoriser

$$\begin{aligned}
 (x^2+2)^2 - (2x^2-1)^2 &= ((x^2+2) - (2x^2-1))((x^2+2) + (2x^2-1)) \\
 &= (x^2+2-2x^2+1)(x^2+2+2x^2-1) \\
 &= (-x^2+3)(3x^2+1) \\
 &= (\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)(3x^2+1)
 \end{aligned}$$

Question 4

a) Factoriser et simplifier

$$\begin{aligned}
 \frac{4(2x-3y)^2}{9y^2-4x^2} &= \frac{4(2x-3y)^2}{(3y-2x)(3y+2x)} \\
 &= \frac{4(-1)(2x-3y)}{3y+2x} \\
 &= 4 \frac{3y-2x}{3y+2x}
 \end{aligned}$$

b) Factoriser et simplifier

$$\begin{aligned}
 \frac{a^6-b^6}{(a+b)^3(a^3-b^3)} &= \frac{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}{(a+b)^3(a^3-b^3)} \\
 &= \frac{a^3+b^3}{(a+b)^3} \\
 &= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a+b)^3} \\
 &= \frac{a^2-ab+b^2}{(a+b)^2}
 \end{aligned}$$

Question 5

a) Simplifier

$$\begin{aligned} \frac{2x^3 - 4x^2 + 2x}{6x^2 - 6} &= \frac{2x(x^2 - 2x + 1)}{6(x^2 - 1)} \\ &= \frac{x(x-1)^2}{3(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x(x-1)}{3(x+1)} \end{aligned}$$

b) Simplifier

$$\begin{aligned} \frac{x^8 - 1}{(x^4 + 1)(x^2 - 1)} &= \frac{(x^4 - 1)(x^4 + 1)}{(x^4 + 1)(x^2 - 1)} \\ &= \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} \\ &= \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x^2 - 1} \\ &= x^2 + 1 \end{aligned}$$

c) Simplifier

$$\begin{aligned} \frac{9x^2 - 12x + 4}{4 - 9x^2} &= \frac{(3x - 2)^2}{2^2 - (3x)^2} \\ &= \frac{(3x - 2)^2}{(2 - 3x)(2 + 3x)} \\ &= \frac{(3x - 2)^2}{(2 - 3x)(2 + 3x)} \cdot \frac{(-1)}{(-1)} \\ &= \frac{-(3x - 2)^2}{(3x - 2)(2 + 3x)} \\ &= \frac{-(3x - 2)}{2 + 3x} \\ &= \frac{-3x + 2}{3x + 2} \end{aligned}$$

d) Simplifier

$$\begin{aligned} \frac{\frac{x^2+2x-15}{x^2-6x+9}}{\frac{x+5}{x^2+x}} &= \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 6x + 9} \cdot \frac{x^2 + x}{x + 5} \\ &= \frac{(x+5)(x-3)x(x+1)}{(x-3)^2(x+5)} \\ &= \frac{x(x+1)}{x-3} \end{aligned}$$

Question 6

a) Réduire au plus petit dénominateur commun, factoriser et simplifier

$$\begin{aligned}
 \frac{x-a}{x+a} + \frac{4ax}{a^2-x^2} + \frac{x+a}{x-a} &= \frac{x-a}{x+a} - \frac{4ax}{x^2-a^2} + \frac{x+a}{x-a} \\
 &= \frac{x-a}{x+a} - \frac{4ax}{(x-a)(x+a)} + \frac{x+a}{x-a} \\
 &= \frac{(x-a)(x-a) - 4ax + (x+a)(x+a)}{(x-a)(x+a)} \\
 &= \frac{(x^2 - 2ax + a^2) - 4ax + (x^2 + 2ax + a^2)}{(x-a)(x+a)} \\
 &= \frac{2x^2 - 4ax + 2a^2}{(x-a)(x+a)} \\
 &= \frac{2(x^2 - 2ax + a^2)}{(x-a)(x+a)} \\
 &= \frac{2(x-a)^2}{(x-a)(x+a)} \\
 &= \frac{2(x-a)}{x+a}
 \end{aligned}$$

b) Réduire au plus petit dénominateur commun, factoriser et simplifier

$$\begin{aligned}
 \frac{2x+5}{x^2+5x-36} - \frac{1}{x-4} &= \frac{2x+5}{(x-4)(x+9)} - \frac{1}{x-4} \\
 &= \frac{(2x+5) - (x+9)}{(x-4)(x+9)} \\
 &= \frac{x-4}{(x-4)(x+9)} \\
 &= \frac{1}{x+9}
 \end{aligned}$$

c) Réduire au plus petit dénominateur commun, factoriser et simplifier

$$\begin{aligned}
 (a^2-1) : \left(a^2 - \frac{2a^2-1}{a^2} \right) &= (a^2-1) : \left(\frac{a^4 - 2a^2 + 1}{a^2} \right) \\
 &= (a^2-1) \frac{a^2}{a^4 - 2a^2 + 1} \\
 &= \frac{a^2(a^2-1)}{(a^2-1)^2} \\
 &= \frac{a^2}{a^2-1} \\
 &= \frac{a^2}{(a-1)(a+1)}
 \end{aligned}$$

d) Réduire au plus petit dénominateur commun, factoriser et simplifier

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(1-x)(x-2)} \right) : (x-3) &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)(x-2)} \right) \frac{1}{x-3} \\ &= \frac{(x-2) - 1}{(x-1)(x-2)} \frac{1}{x-3} \\ &= \frac{x-3}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{1}{(x-1)(x-2)} \end{aligned}$$

Question 7

$$A = \frac{B+b}{2}h$$

a) Exprimer b en fonction des autres variables.

$$2A = (B+b)h$$

$$\frac{2A}{h} = B+b$$

$$\frac{2A}{h} - B = b$$

$$\boxed{b = \frac{2A}{h} - B = \frac{2A - Bh}{h}}$$

b) 1) A et B doublent (h restant inchangé) ?

$$b' = \frac{2(2A)}{h} - (2B) = 2 \left(\frac{2A}{h} - B \right) = 2b$$

b double

b) 2) A et h doublent (B restant inchangé) ?

$$b' = \frac{2(2A)}{(2h)} - B = \frac{2A}{h} - B = b$$

b demeure inchangé

b) 3) B et h doublent (A restant inchangé) ?

$$b' = \frac{2A}{(2h)} - (2B) = \frac{A}{h} - 2B = \frac{A - 2Bh}{h}$$

Sachant que $A \leq Bh$, il s'ensuit que $b' < 0$, ce qui est géométriquement impossible.

Lien vers la page mère : [Exercices avec corrigés sur www.deleze.name](http://www.deleze.name)

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html