Marcel Délèze
Edition 2017

Thème : Zéros de fonctions § 2.1 Méthode graphique, méthode de la bissection
Lien vers les énoncés des exercices:
https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/equations/2-1_2-2_Equations.pdf

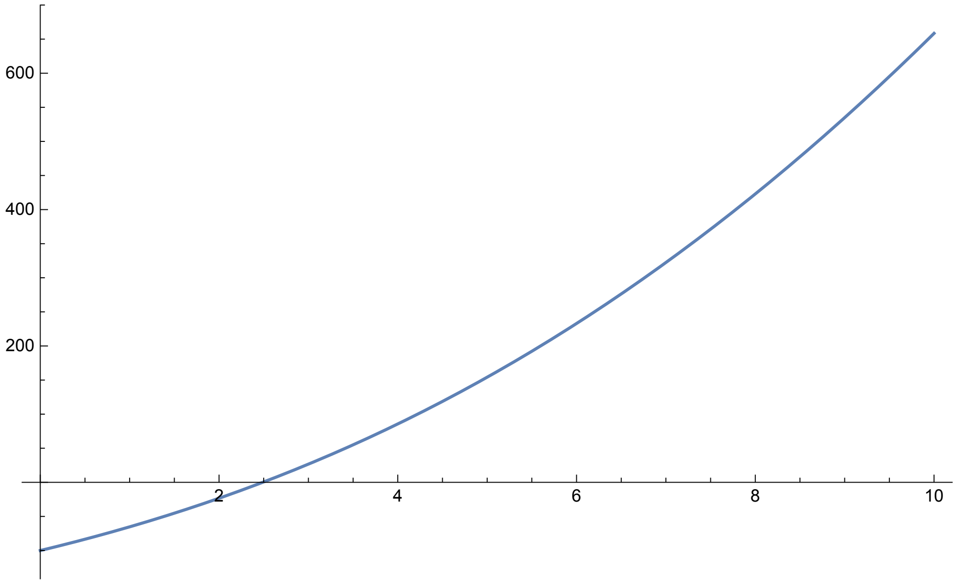
Corrigé de l'exercice 2-1-P 1

```
A = 100; h = 10; Clear[f, r];
                  efface
```

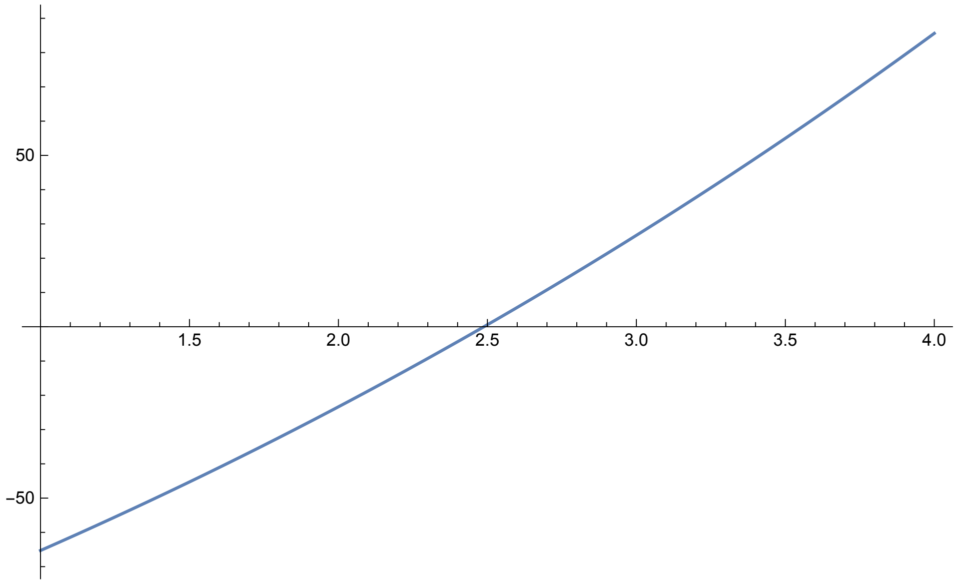
$$f[r\_] := \pi\, r \left(r + \sqrt{h^2 + r^2}\right) - A$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
alloue options  tracé··  origine des axes  automatique  taille d'image
```

```
Plot[f[r], {r, 0, 10}]
tracé de courbes
```



```
Plot[f[r], {r, 1, 4}]
```
tracé de courbes



Nous avons trouvé une solution $r \in]2;\ 3[$

Pour affirmer qu'elle est unique, des conditions suffisantes sont

$r \geq 0$ et

la fonction f est croissante sur $]0;\ \infty[$.

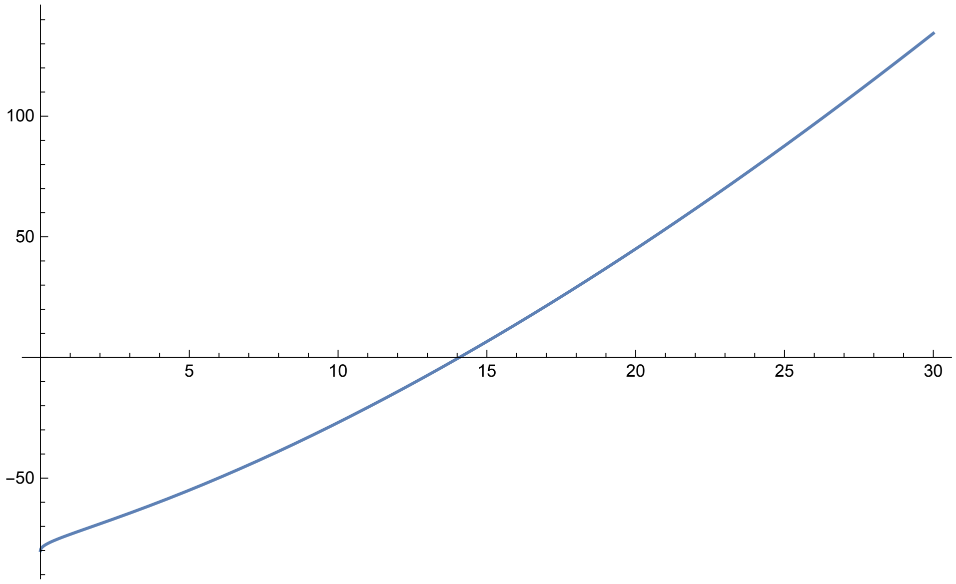
Corrigé de l'exercice 2-1-P 2

```
A = 80; p = 5; Clear[f, q];
```
efface

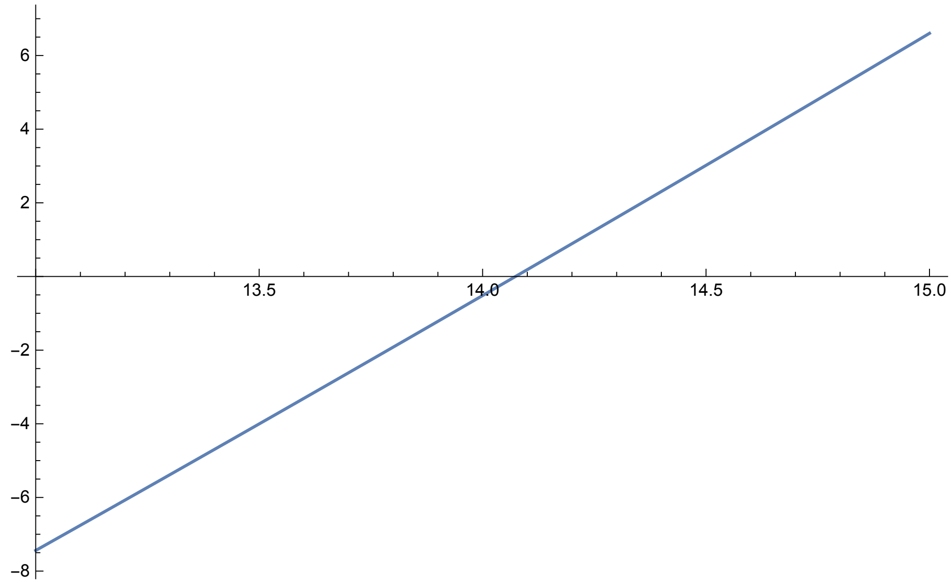
$$f[q\_] := \frac{1}{2}(p + q)\sqrt{p\,q} - A$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
```
alloue options tracé·· origine des axes automatique taille d'image

```
Plot[f[q], {q, 0, 30}]
```
tracé de courbes




```
Plot[f[q], {q, 13, 15}]
```
tracé de courbes



Nous avons trouvé une solution $q \in]14;\ 15[$

Pour affirmer qu'elle est unique, des conditions suffisantes sont

$q \geq 0$ et

la fonction f est croissante sur $]0; \infty[$.

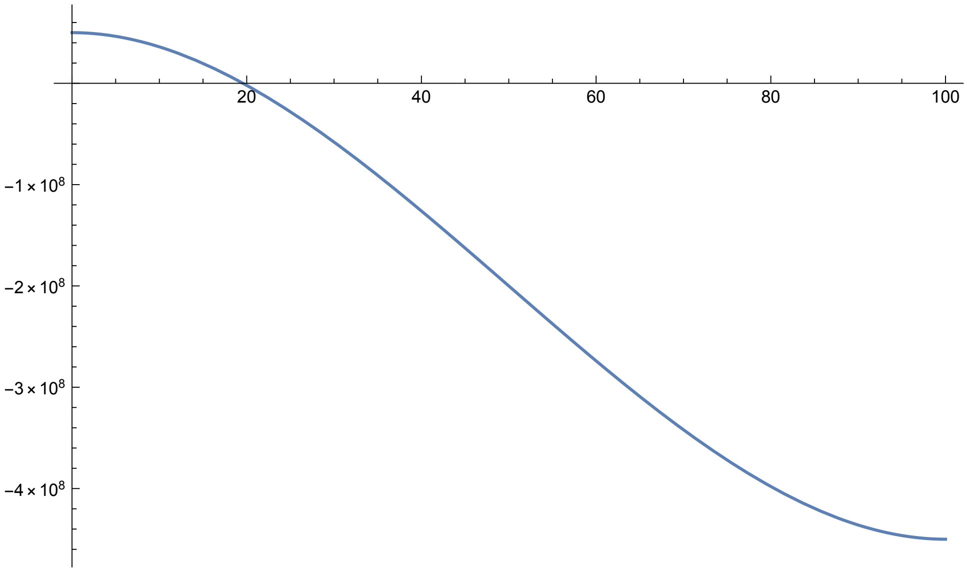
Corrigé de l'exercice 2-1-P 3

```
r = 50; ρ0 = 1000; ρ1 = 900; Clear[f, h];
```
efface

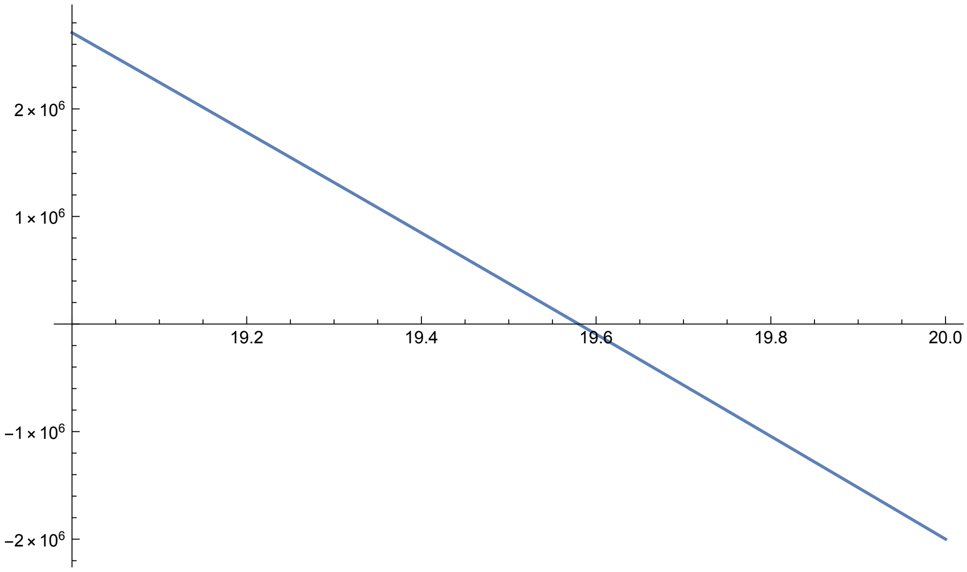
$$f[h\_] := 4\, r^3 \left(\rho 0 - \rho 1\right) - h^2 \left(3\, r - h\right) \rho 0$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
```
alloue options | tracé·· | origine des axes | automatique | taille d'image

```
Plot[f[h], {h, 0, 100}]
```
tracé de courbes




```
Plot[f[h], {h, 19, 20}]
```
tracé de courbes



Nous avons trouvé une solution $h \in]\, 19;\ 20\, [$

Cette solution est unique car nous savons à priori que $0 \le h \le 2\,r$ et nous avons représenté f sur tout l'intervalle $[0,\ 2\,r]$.

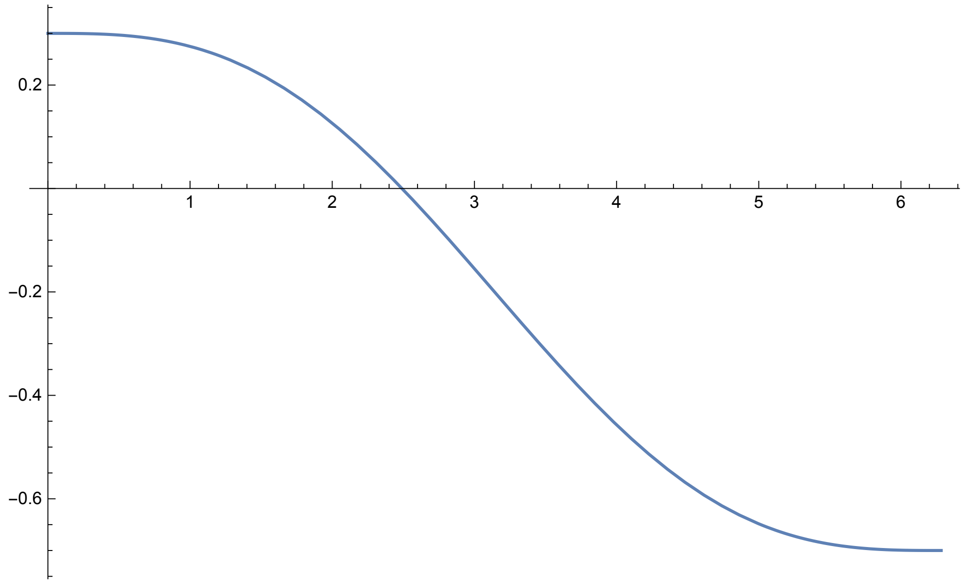
Corrigé de l'exercice 2-1-P 4

```
t = 0.3; Clear[f, α];
```
efface

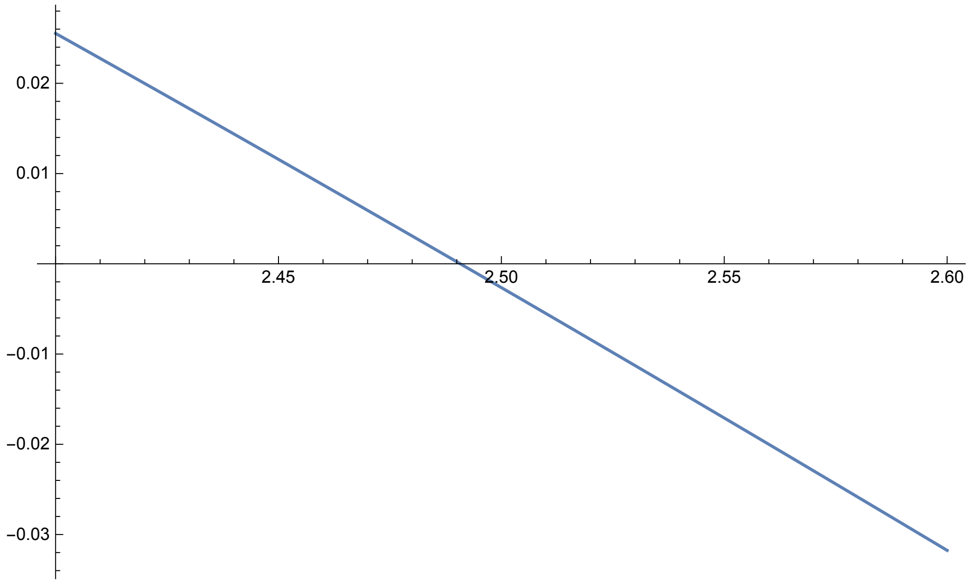
$$f[\alpha\_] := t - \frac{\alpha - \mathrm{Sin}[\alpha]}{2\,\pi}$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
```
alloue options tracé·· origine des axes automatique taille d'image

```
Plot[f[α], {α, 0, 2 π}]
```
tracé de courbes




```
Plot[f[α], {α, 2.4`, 2.6`}]
```
tracé de courbes



Nous avons trouvé une solution $\alpha \in]\, 2.4;\ 2.5 \,[$

Cette solution est unique car nous savons à priori que $0 \leq \alpha \leq 2\,\pi$ et nous avons représenté f sur tout l'intervalle $[0, 2\,\pi]$.

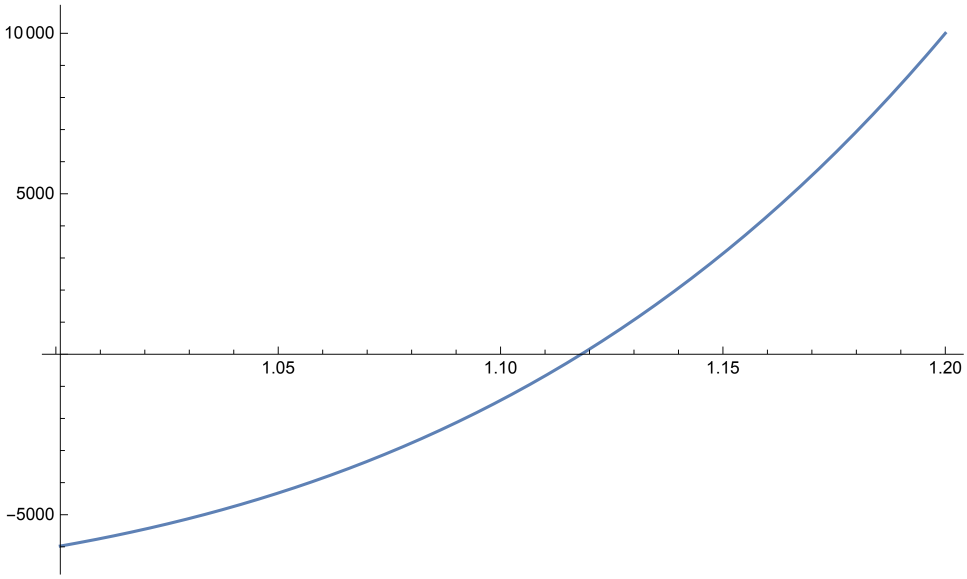
Corrigé de l'exercice 2-1-P 5

```
c = 10000; n = 8; a = 2000; Clear[f, r];
```
efface

$$f[r\_] := c\, r^n - a\, \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
```
alloue options · tracé·· · origine des axes · automatique · taille d'image

```
Plot[f[r], {r, 1.001`, 1.2`}]
```
tracé de courbes



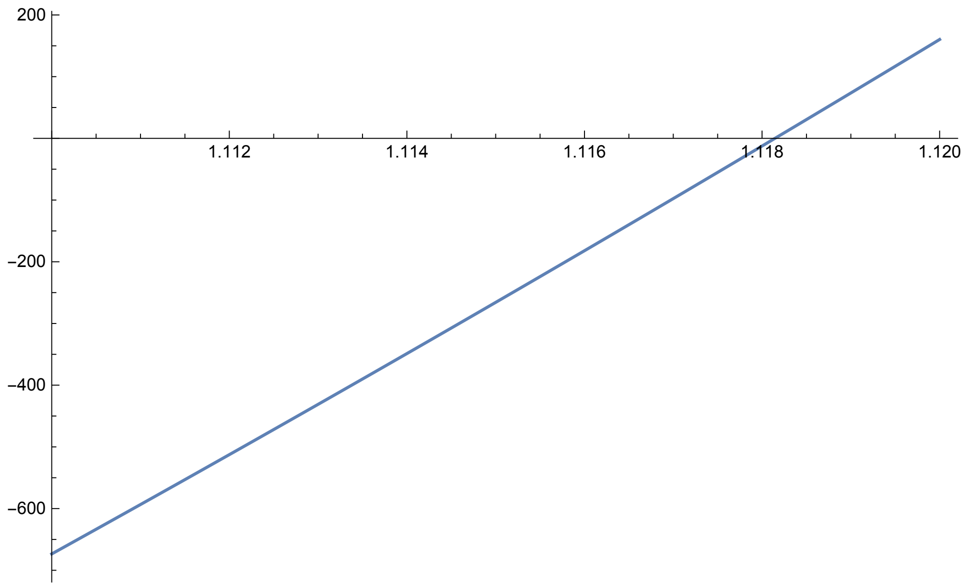
Cette solution est unique sous les conditions suffisantes suivantes :

d'après les données, $i > 0$ donc $r > 1$;

d'après la législation suisse, le taux i doit être ≤ 18 % donc $r \leq 1.18$

Il nous suffit donc de dessiner f sur]1; 1.18] pour obtenir toutes les solutions.

```
Plot[f[r], {r, 1.11`, 1.12`}]
```
tracé de courbes



Nous avons trouvé une solution $r \in]1.11; 1.12[$

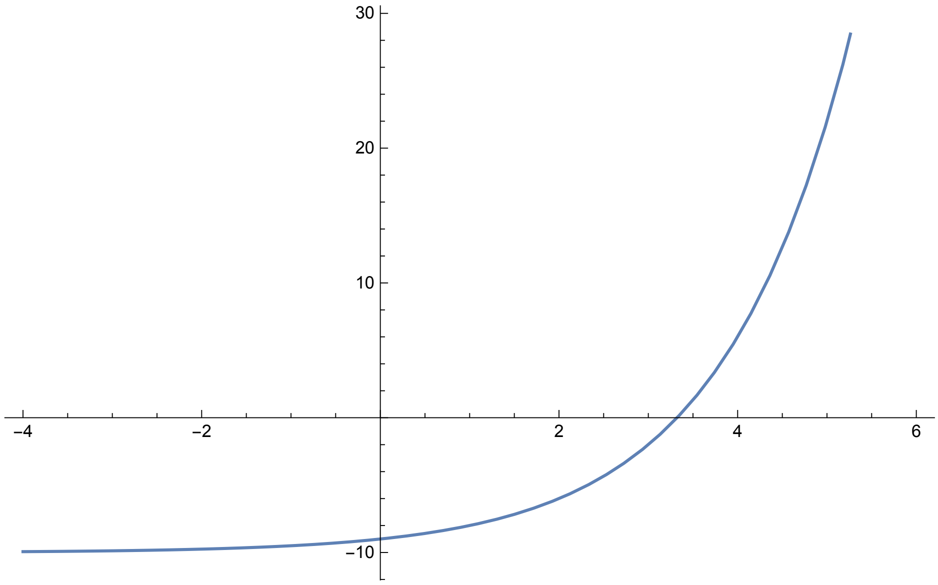
c'est-à-dire $i \in]11\%; 12\%[$

Corrigé de l'exercice 2-2-1

```
Clear[f, x]; f[x_] := 2^x - 10
```
efface

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
```
alloue options | tracé·· | origine des axes | automatique | taille d'image

```
Plot[f[x], {x, -4, 6}]
```
tracé de courbes



Etant donné que la fonction est strictement croissante,
l' équation possède une et une seule solution x_1

```
{Sign[f[3]], Sign[f[4]]}
```
signe | signe

```
{-1, 1}
```

Encadrement : $x_1 \in]3; 4[$

Bissection :

a	$Sign(f(a))$	b	$Sign(f(b))$	$\frac{a+b}{2}$	$Sign(f(\frac{a+b}{2}))$
3.	-1	4.	1	3.5	1
3.	-1	3.5	1	3.25	-1
3.25	-1	3.5	1	3.375	1
3.25	-1	3.375	1	3.312	-1
3.312	-1	3.375	1	3.344	1
3.312	-1	3.344	1	3.328	1
3.312	-1	3.328	1	3.32	-1
3.32	-1	3.328	1	3.324	1
3.32	-1	3.324	1	3.322	1
3.32	-1	3.322	1		

Résultat : $x_1 = 3.321 \pm 0.001$

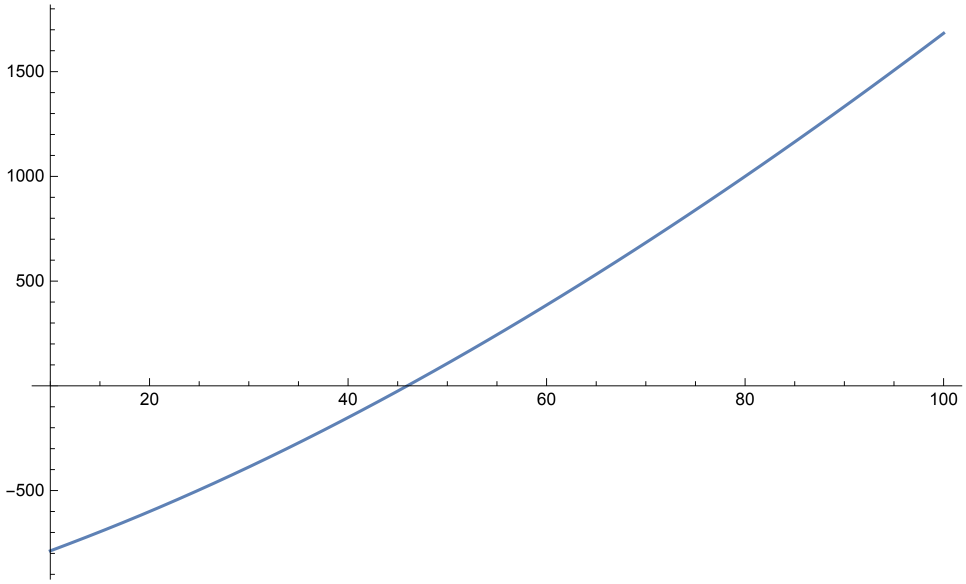
Corrigé de l'exercice 2-2-P 2

```
A = 1000; p = 20; Clear[f, q];
                     efface
```

$$f[q\_] := \frac{1}{2} (p + q) \sqrt{p\, q} - A$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
alloue options tracé·· origine des axes automatique taille d'image
```

```
Plot[f[q], {q, 10, 100}, AxesOrigin → {Automatic, 0}]
tracé de courbes          origine des axes automatique
```




```
{Sign[f[45]], Sign[f[46]]}
 signe        signe
```

{-1, 1}

Encadrement : $q_1 \in]\,45;\ 46\,[$

Bissection :

a	$Sign(f(a))$	b	$Sign(f(b))$	$\frac{a+b}{2}$	$Sign(f(\frac{a+b}{2}))$
45.	-1	46.	1	45.5	-1
45.5	-1	46.	1	45.75	-1
45.75	-1	46.	1	45.88	-1
45.88	-1	46.	1	45.94	-1
45.94	-1	46.	1	45.97	1
45.94	-1	45.97	1		

Résultat : $q_1 = 45.96 \pm 0.02$

q = 45.96

45.96

a = p + q

65.96

$b = \sqrt{p\,q + p^2}$

36.3208

$c = \sqrt{p\,q + q^2}$

55.0593

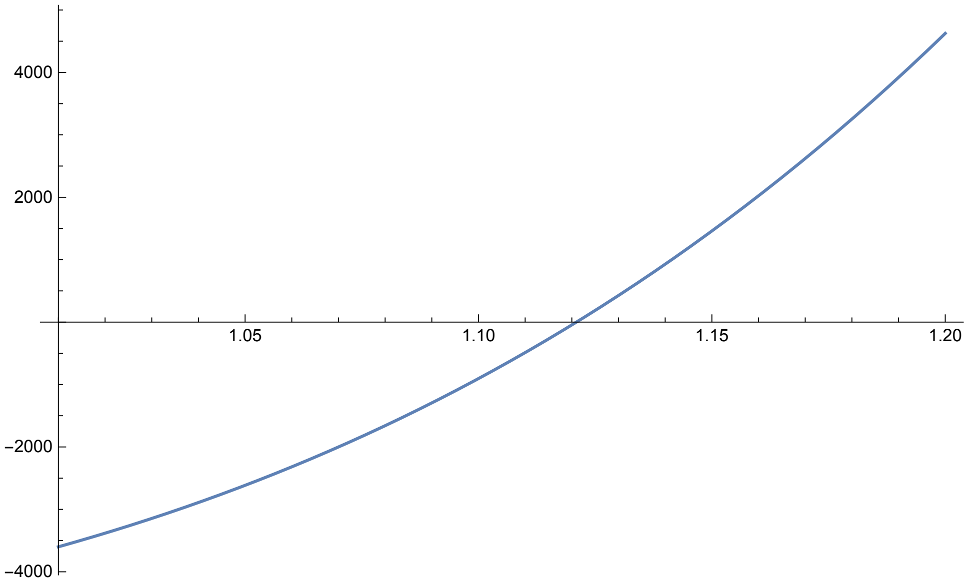
Corrigé de l'exercice 2-2-P 5

```
c = 8200; n = 6; a = 2000; Clear[f, r];
```
efface

$$f[r\_] := c\,r^n - a\,\frac{r^n - 1}{r - 1}$$

```
SetOptions[Plot, AxesOrigin → {Automatic, 0}, ImageSize → {500, 300}];
```
alloue options | tracé·· | origine des axes | automatique | taille d'image

```
Plot[f[r], {r, 1.01`, 1.2`}]
```
tracé de courbes




```
{Sign[f[1.12]], Sign[f[1.13]]}
```
signe | signe

{−1, 1}

Encadrement : $r_1 \in]1.12;\ 1.13[$ c'est-à-dire $i_1 \in]12 \times \%;\ 13 \times \%[$

Bissection :

a	$Sign(f(a))$	b	$Sign(f(b))$	$\frac{a+b}{2}$	$Sign(f(\frac{a+b}{2}))$
1.12	−1	1.13	1	1.125	1
1.12	−1	1.125	1	1.122	1
1.12	−1	1.122	1		

Résultat : $r_1 = 1.121 \pm 0.001$ c'est-à-dire $i_1 = 12 \times .1 \times \% \pm 0.1 \times \%$