

§ 3 Package CalculErreur Partie pratique du calcul d'erreur

Automatisation du calcul d'erreur

Les élèves qui participent aux travaux pratiques de physique sont souvent confrontés à de lourds calculs, particulièrement en ce qui concerne le calcul d'erreur. Le package **CalculErreur** définit un ensemble de commandes pour calculer la propagation des incertitudes d'une manière automatique. La méthode de calcul est fondée sur la formule de Gauss-Laplace

Pour des variables indépendantes x, y ,
l'incertitude sur $z = f(x, y)$ est

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial y} \Delta y\right)^2}$$

Packages de l'auteur

- On peut consulter le mode d'emploi du package **CalculErreur**:
<https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/aide/CalculErreur.pdf>
- Avant d'utiliser le package, il faut le charger en donnant son adresse web:

```
Needs ["CalculErreur`",  
|nécessite  
"https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/CalculErreur.m"]
```

Voici la liste des instructions disponibles :

```
Names ["CalculErreur`*"]  
|noms
```

```
{evalF, evalFΔf, evalΔf, evalΔfRel, evalΔvar, formatPourcent,  
gauss, gaussRel, graphErr, mσ, protege, resultArrondi, substitue, R}
```

- Le package **Tableaux** contient des commandes qui facilitent la présentation des données et résultats sous la forme de tableaux:

```
Needs ["Tableaux`",  
|nécessite  
"https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/Tableaux.m"]
```

```
Names ["Tableaux`*"]  
|noms
```

```
{afficheTableau, afficheTableauTitre, arrondis, fusionneColonnes,  
fusionneLignes, fusionneTableaux, prodCart, prodCartTrans, tableauGraph}
```

- On peut consulter le mode d'emploi du package **Tableaux**:
<https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/aide/Tableaux.pdf>

Exemple

On a mesuré les deux composantes d'une force $\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$ avec les incertitudes ΔF_x , ΔF_y et une masse m avec l'incertitude Δm . On a obtenu

$$\begin{array}{lll} F_x = 0.8 \text{ N} & F_y = 1.4 \text{ N} & m = 0.185 \text{ kg} \\ \Delta F_x = 0.05 \text{ N} & \Delta F_y = 0.05 \text{ N} & \frac{\Delta m}{m} = 0.5 \times \% \end{array}$$

On demande de calculer l'incertitude sur l'accélération

$$a = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}{m}$$

1° Initialisations (voir la rubrique *Packages locaux*)

2° Déclaration de l'expression

$$a = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}{m};$$

3° Liste des variables indépendantes :

`var = {Fx, Fy, m};`

4° Entrée des données dans l'ordre indiqué par `var` :

ici, on ne dispose que d'une seule mesure mais il pourrait y en avoir plusieurs :

`mesures = {{0.8, 1.4, 0.185}};`

5° Entrée des incertitudes dans l'ordre indiqué par `var` :

par défaut, les incertitudes sont absolues;

le symbole \mathcal{R} (palette *Basic Typesetting*) désigne une incertitude relative :

`incert = {0.05, 0.05, 0.005 \mathcal{R}};`

6° Calculs

`result = evalFΔf[a, var, mesures, incert]`

`{{8.71595, 0.273761}}`

7° Résultat arrondi

`resultArrondi[result]`

`{{8.7, 0.3}}`

$$\text{donc } a = (8.7 \pm 0.3) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Exercices

Exercice 3 - 1

Calculez l'incertitude absolue ΔR sur $R = A \cos(\varphi)$ pour les valeurs numériques $A = 0.3$, $\varphi = 27^\circ$, $\frac{\Delta A}{A} = 2 \times \%$, $\Delta \varphi = 1^\circ$ au moyen du package **CalculErreur**.

Exercice 3 - 2

Sachant que l'erreur relative sur r est de 2 % et celle sur m de 0.5 %, calculez l'incertitude relative sur

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3}$$

au moyen du package **CalculErreur**.

Indication : utilisez la commande **gaussRel** puis effectuez une substitution :

? gaussRel

gaussRel[f,v] calcule la formule de l'incertitude relative de l'expression f par rapport à la liste de variables v.

Exercice 3 - 3

On a effectué trois mesures indépendantes des variables a , b , c :

a	Δa	b	Δb	c	Δc	$z = \frac{ab^2}{c}$	Δz
1.34	0.03	4.34	0.02	0.027	0.004	z_1	Δz_1
1.36	0.03	4.35	0.02	0.025	0.004	z_2	Δz_2
1.35	0.03	4.34	0.02	0.026	0.004	z_3	Δz_3

à partir desquelles on a calculé trois valeurs de $z = \frac{ab^2}{c}$. On calcule ensuite la moyenne

$$z = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 + z_3)$$

Calculez z et l'erreur sur z au moyen du package **CalculErreur**.

Indication : enchaînez deux calculs d'erreurs consécutifs.

Exercice 3 - 4

Nous décrivons succinctement l'expérience **Chaleur spécifique d'un corps**.

Dans le but de déterminer la chaleur spécifique c_0 d'un corps de masse m_0 ,

- 1° on plonge le corps dans un mélange eau-glace à la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$;
- 2° dans un calorimètre de capacité thermique C , on prépare une masse m_1 d'eau chaude de chaleur spécifique c_1 , le système étant à la température T_1 ;
- 3° on plonge le corps dans le système eau-calorimètre et on mesure la température d'équilibre T_2 .

L'énergie acquise par la masse est égale à l'énergie perdue par le système eau-calorimètre:

$$m_0 c_0 (T_2 - T_0) = m_1 c_1 (T_1 - T_2) + C (T_1 - T_2)$$

D'où

$$c_0 = \frac{(m_1 c_1 + C) (T_1 - T_2)}{m_0 (T_2 - T_0)}$$

En admettant que les incertitudes sur T_0 , m_0 , m_1 et c_1 sont négligeables, écrivez les formules des incertitudes absolue et relative sur c_0 .

Indication 1 : dans le package **CalculErreur**, si un symbole n'apparaît pas dans la liste des variables, il est traité comme une constante; l'erreur sur ce symbole sera donc nulle.

Indication 2 : utilisez les commandes **gauss** et **gaussRel**

? gauss

gauss[f,v] calcule la formule de l'incertitude absolue de l'expression f par rapport à la liste de variables v.

Exercice 3-5: autres exemples dans un contexte de travaux pratiques de physique

Télécharger (download) le dossier suivant, puis le décompresser:

https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/calcul_erreur/tp/3-tp.zip

Lire les exemples d'utilisation du package **CalculErreur**: *Diamètre d'un tube*, *Indice de réfraction*, *Résistivité*, *Résistivité (avec composition des erreurs)*.

Exercice 3 - 6 (facultatif)

Reprenez le rapport d'une expérience de physique que vous avez écrit (ou qui est en cours de rédaction).

Refaites les calculs avec le package **CalculErreur**.

Exercice 3 - 7 (facultatif)

Reprenez le rapport d'une expérience de physique dont vous avez déjà fait les calculs avec la méthode du § 1 ou du § 3.

Rédigez entièrement le rapport avec *Mathematica*.

Liens

Vers les corrigés des exercices du § 3: Partie pratique

https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/corriges/calcul_erreur/3-calcul_erreur-cor.pdf

Vers la page mère: Applications des mathématiques

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/index.html>