

Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace

Exercice 6-5

Énoncés des exercices : [Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés](#)

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf>

Dans le cas où la sphère et le plan ne se coupent pas :

Soit d la droite qui est perpendiculaire au plan et qui passe par le centre de la sphère.

Cette droite coupe la sphère en deux points.

De ces deux points, le plus proche du plan est le point M cherché.

Dans le cas où la sphère et le plan se coupent :

L'ensemble des solutions M est le cercle d'intersection.

La distance de M à p est nulle.

Puisqu'on demande d'exhiber un point M , choisir arbitrairement un point M du cercle.

Instructions

Commentaires

Résultats

100: Z = pt 1 -2 3

Centre de la sphère

Point de coordonnées

$$(1; -2; 3)$$

110: sigma = sphere Z 5

sigma = sphère donnée

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(1; -2; 3), \quad 5 = \sqrt{25}$$

115:

— *Question a)* —

120: pa = cart 3 0 -4 19

pa = plan donné

Plan d'équation cartésienne

$$(3) x + (0) y + (-4) z + (19) = 0$$

130: dist Z pa

dist (Z, pa) étant inférieure à $r=5$, la sphère et le plan se coupent

Distance du point au plan

$$2 = \sqrt{4}$$

140: inter sigma pa

L'ensemble des solutions M est le cercle d'intersection

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (3)x + (0)y + (-4)z + (19) = 0 \\ \left(\frac{-1}{5}; -2; \frac{23}{5}\right), \quad 1\sqrt{21} = \sqrt{21} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

150: aux = cart 0 1 0 0

Plan auxiliaire y = 0 pour sélectionner un point M

Plan d'équation cartésienne

$$(0)x + (1)y + (0)z + (0) = 0$$

160: I = inter pa aux sigma

Ensemble de 2 points :

$$\left\{ \left(\frac{-1}{5} + \left(\frac{-4}{5}\right)\sqrt{17}; 0; \frac{23}{5} + \left(\frac{-3}{5}\right)\sqrt{17}\right), \right. \\ \left. \left(\frac{-1}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)\sqrt{17}; 0; \frac{23}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)\sqrt{17}\right) \right\}$$

170: M = compnum I 1

Une réponse M

Point de coordonnées

$$\left(\frac{-1}{5} + \left(\frac{-4}{5}\right)\sqrt{17}; 0; \frac{23}{5} + \left(\frac{-3}{5}\right)\sqrt{17}\right)$$

180: float M

Idem

Point de coordonnées

$$(-3.4984845004941; 0; 2.1261366246294)$$

310:

— Question b) —

320: pb = cart 3 0 -4 -19

pb = plan donné

Plan d'équation cartésienne

$$(-3)x + (0)y + (4)z + (19) = 0$$

325: dist Z pb

dist (Z, pb) étant supérieure à r=5, la sphère et le plan ne se coupent pas

Distance du point au plan

$$\frac{28}{5} = \sqrt{\frac{784}{25}}$$

330: ddir = supplorth pb

Direction des droites perpendiculaires au plan pb

Sous-espace vectoriel de dimension 1 engendré par le vecteur

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

340: d = sea_param Z ddir

Droite qui passe par Z et est perpendiculaire au plan pb

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 1 + (-3)\mu_1 \\ y = -2 \\ z = 3 + 4\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

350: I = inter d sigma

Intersection de la droite d avec la sphère sigma

Ensemble de 2 points :

$$\{(-2; -2; 7), (4; -2; -1)\}$$

360: I1 = compnum I 1

Premier point d'intersection de la droite d avec la sphère

Point de coordonnées

$$(-2; -2; 7)$$

370: I2 = compnum I 2

Deuxième point d'intersection de la droite d avec la sphère

Point de coordonnées

$$(4; -2; -1)$$

380: dist I1 pb

Distance du point au plan

$$\frac{53}{5} = \sqrt{\frac{2809}{25}}$$

390: dist I2 pb

Distance du point au plan

$$\frac{3}{5} = \sqrt{\frac{9}{25}}$$

400: M = pt I2

Réponse : le point M le plus proche du plan pb est le deuxième

Point de coordonnées

$$(4; -2; -1)$$

Marcel Déleze