Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 6-22

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Corrigés des questions a), b) et d).
La question c) n'a pas de corrigé.

```
Instructions
```

Commentaires

Résultats

```
100: sigma = sphere_eq -4 -4 -4 0
```

Sphère dans la définition du cercle

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (-4)\,x + (-4)\,y + (-4)\,z + (0) \;=\; 0$$

```
110: omega = centre sigma
```

Point de coordonnées

$$(2;\;2;\;2)$$

```
120: r = rayon sigma
```

Rayon de la sphère

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

```
130: p = cart 1 1 1 -6
```

Plan dans la définition du cercle

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\;x + (1)\;y + (1)\;z + (-6) \;=\; 0$$

```
140: cercle = inter p sigma
```

Cercle directeur du cône

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (1)\;x + (1)\;y + (1)\;z + (-6) \;=\; 0 \\ (2;2;2)\,, \quad 2\sqrt{3} = \sqrt{12} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

```
150: C = centre cercle
```

Centre du cercle directeur

Point de coordonnées

$$(2;\;2;\;2)$$

`160: rho = rayon cercle`

Rayon du cercle directeur

Rayon du cercle

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

`200:`

— Question a) —

`210: n = compnum p 1`

Vecteur directeur de l'axe du cône

Vecteur normal du plan

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

`220: axe = sea_param C n`

(Réponse :) axe du cône

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + 1\,\mu_1 \\ y = 2 + 1\,\mu_1 \\ z = 2 + 1\,\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

`300:`

— Question b) — Afin que l'angle entre l'axe et une génératrice du cône soit de 45°, il faut que dist(S, C) = rho. Ici, S appartient à la sphère sigma

`310: S = inter axe sigma`

Ensemble de 2 points :

$$\{(0;\ 0;\ 0)\,,\\ (4;\ 4;\ 4)\}$$

`320: S2 = compnum S 2`

Solution dont la troisième coordonnée est plus grande

Point de coordonnées

$$(4;\ 4;\ 4)$$

`330: S = compnum S 1`

Réponse S = S1

Point de coordonnées

$$(0;\ 0;\ 0)$$

`400:`

— Question c) — : pas de corrigé disponible

500:

— Question d) —

`510: A = pt 2|1|6 2|-1|6 2`

Point de coordonnées

$$\left(2+(1)\sqrt{6};\ 2+(-1)\sqrt{6};\ 2\right)$$

`520: inter A p sigma`

Le point A appartient au cercle donné (p, sigma)

Point de coordonnées

$$\left(2+(1)\sqrt{6};\ 2+(-1)\sqrt{6};\ 2\right)$$

`530: coupe = cart S A C`

coupe = (plan de symétrie) = (plan SAC)

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\ x+(1)\ y+(-2)\ z+(0)\ =\ 0$$

`540: n = compnum coupe 1`

Tout vecteur normal du plan de coupe est parallèle au plan tangent cherché

Vecteur normal du plan

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

`550: t = sea_param S A n`

Plan tangent au cône

Plan d'équations paramétriques

$$\left\{\begin{array}{l} x=(0)+\left(2+(1)\sqrt{6}\right)\mu_2+(1)\,\mu_3 \\ y=(0)+\left(2+(-1)\sqrt{6}\right)\mu_2+(1)\,\mu_3 \\ z=(0)+(2)\,\mu_2+(-2)\,\mu_3 \end{array}\right.$$

où μ_2 et μ_3 désignent deux paramètres réels.

`560: t = cart t`

(Réponse :) Plan tangent au cône

Plan d'équation cartésienne

$$(-1)\ x+\left(5+(2)\sqrt{6}\right)\ y+\left(2+(1)\sqrt{6}\right)\ z+(0)\ =\ 0$$

570:

— Vérifications de d) —

`580: inter t S`

Le plan t passe par le sommet S

Point de coordonnées

$$(0;\ 0;\ 0)$$

```
590: inter t p sigma
```

Le plan t coupe le cercle (p, sigma) en un et un seul point, qui est A

Point de coordonnées

$$\left(2+(1)\sqrt{6};\ 2+(-1)\sqrt{6};\ 2\right)$$

Marcel Délèze