

Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace

Exercice 6-21

Énoncés des exercices : [Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés](https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf)
<https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf>

Instructions

Commentaires

Résultats

10: A = pt 5 0 2

Point de coordonnées

(5; 0; 2)

20: B = pt -1 -2 2

Point de coordonnées

(-1; -2; 2)

30: C = pt 2 0 5

Point de coordonnées

(2; 0; 5)

40: O = pt 0 0 0

Point de coordonnées

(0; 0; 0)

50: P = pt 7 -8 25

Point de coordonnées

(7; -8; 25)

100:

— *Question a)* —

110: p = sea_param A B C

p = plan A B C

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (5) + (-6) \mu_1 + (-3) \mu_2 \\ y = (0) + (-2) \mu_1 + (0) \mu_2 \\ z = (2) + (0) \mu_1 + (3) \mu_2 \end{cases}$$

où μ_1 et μ_2 désignent deux paramètres réels.

120: cart p

Idem

Plan d'équation cartésienne

$$(-1)x + (3)y + (-1)z + (7) = 0$$

130: valcart #120 O P

Les points O et P sont situés de part et d'autre du plan ABC

Valeurs de $a \times x_i + b \times y_i + c \times z_i + d$ aux 2 points

$$\begin{cases} 7, \\ -49 \end{cases}$$

140: OP = sea_param O P

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 0 + 7\mu_3 \\ y = 0 + (-8)\mu_3 \\ z = 0 + 25\mu_3 \end{cases}$$

où μ_3 désigne un paramètre réel.

150: P' = inter p OP

P' = point du plan ABC situé sur la ligne de visée OP

Point de coordonnées

$$\left(\frac{7}{8}; -1; \frac{25}{8} \right)$$

160: valparam p P'

(Réponse :) le point P' est à l'intérieur du triangle ABC si et seulement si (μ_1 est positif, μ_2 est positif et $(\mu_1 + \mu_2)$ est inférieur à 1). C'est le cas ici, donc le point P n'est pas visible depuis l'origine

Valeurs des deux paramètres qui correspondent au point

$$\begin{cases} \frac{1}{2}, \\ \frac{3}{8} \end{cases}$$

200:

— Question b) —

210: AB = sea_param A B

Côté AB

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 5 + (-6)\mu_4 \\ y = 0 + (-2)\mu_4 \\ z = 2 \end{cases}$$

où μ_4 désigne un paramètre réel.

220: H = projorth C AB

$H = (\text{pied de la hauteur abaissée de } C \text{ sur } AB) = (\text{projection orthogonale de } C \text{ sur } AB)$

Point de coordonnées

$$\left(\frac{23}{10}; \frac{-9}{10}; 2 \right)$$

230: haut = sea_param C H

(Réponse :) équation de la hauteur issue de C

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + \frac{3}{10} \mu_5 \\ y = 0 + \left(\frac{-9}{10}\right) \mu_5 \\ z = 5 + (-3) \mu_5 \end{cases}$$

où μ_5 désigne un paramètre réel.

300:

— Question c) —

310: angle A C B

Angle entre les vecteurs CA et CB

Angle non orienté défini par trois points, en degrés

$$90 \begin{cases} \cos = 0 \\ \sin = 1 \end{cases}$$

400:

— Question d) — Le centre des sphères appartient à la droite intersection des plans médiateurs AB et BC

410: dt = sea_param 2 0 1 -1 0 2

dt = droite tangente donnée

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + (-1) \mu_6 \\ y = 0 \\ z = 1 + 2 \mu_6 \end{cases}$$

où μ_6 désigne un paramètre réel.

420: mAB = mediateur A B

Plan d'équation cartésienne

$$(6) x + (2) y + (0) z + (-10) = 0$$

430: mBC = mediateur B C

Plan d'équation cartésienne

$$(-3) x + (-2) y + (-3) z + (10) = 0$$

440: dc = inter_param mAB mBC

dc = droite des centres

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 0 + 1 \mu_7 \\ y = 5 + (-3) \mu_7 \\ z = 0 + 1 \mu_7 \end{cases}$$

où μ_7 désigne un paramètre réel.

450:

*Déterminer les points Z de dc tels que $\text{dist}(Z, A)^2 = \text{dist}(Z, dt)^2$. En développant, on obtient $\mu^2 - 40\mu + 120 = 0$, puis $t = 20 \pm 2 * \text{sqrt}(70)$*

460: Z1 = pt dc 20|-2|70

(Réponse :) Centre d'une sphère

Point de coordonnées

$$(20 + (-2) \sqrt{70}; -55 + (6) \sqrt{70}; 20 + (-2) \sqrt{70})$$

470: float Z1

Idem

Point de coordonnées

$$(3.2667994693185; -4.8003984079555; 3.2667994693185)$$

480: Z2 = pt dc 20|2|70

(Réponse :) Centre de l'autre sphère

Point de coordonnées

$$(20 + (2) \sqrt{70}; -55 + (-6) \sqrt{70}; 20 + (2) \sqrt{70})$$

490: float Z2

Idem

Point de coordonnées

$$(36.733200530682; -105.19960159204; 36.733200530682)$$

600:

— Vérifications —

610: dist Z1 A

Distance entre les deux points

$$5.2585729860982 = \sqrt{6654 + (-792) \sqrt{70}}$$

620: dist Z1 B

Distance entre les deux points

$$5.2585729860982 = \sqrt{6654 + (-792) \sqrt{70}}$$

640: dist Z1 C

Distance entre les deux points

$$5.2585729860982 = \sqrt{6654 + (-792) \sqrt{70}}$$

650: dist Z1 dt

Distance du point à la droite

$$5.2585729860982 = \sqrt{6654 + (-792) \sqrt{70}}$$

660: dist Z2 A

Distance entre les deux points

$$115.24038966504 = \sqrt{6654 + (792) \sqrt{70}}$$

670: dist Z2 B

Distance entre les deux points

$$115.24038966504 = \sqrt{6654 + (792) \sqrt{70}}$$

680: dist Z2 C

Distance entre les deux points

$$115.24038966504 = \sqrt{6654 + (792) \sqrt{70}}$$

690: dist Z2 dt

Distance du point à la droite

$$115.24038966504 = \sqrt{6654 + (792) \sqrt{70}}$$

Marcel Déléze