Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 6-17

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Plan p du cercle :
* p = plan engendré par la droite d et le point C

Rayon rho du cercle :
* distance entre le centre du cercle et le plan : $delta = dist(C, d)$,
* longueur de la demi-corde : $8/2 = 4$
* la relation de Pythagore $delta^2 + 4^2 = rho^2$ permet de calculer le rayon rho du cercle

Une sphère $sigma$ du cercle :
* centre de la sphère = centre du cercle C
* rayon de la sphère = rayon du cercle rho

Cercle :
* cercle = intersection du plan p et de la sphère $sigma$.

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100: d1 = cart 2 -1 2 -12`

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (1)\ y + (-2)\ z + (12) \ = \ 0$$

`110: d2 = cart 4 -7 -1 6`

Plan d'équation cartésienne

$$(-4)\ x + (7)\ y + (1)\ z + (-6) \ = \ 0$$

`120: d = inter_param d1 d2`

d = droite donnée

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 9 + 3\,\mu_1 \\ y = 6 + 2\,\mu_1 \\ z = 0 + (-2)\,\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

`130: C = pt 1 -1 -2`

C = centre du cercle

Point de coordonnées

$$(1;\ -1;\ -2)$$

```
140: p = sea d C
```

p = plan du cercle

Plan défini par un point d'attache et deux vecteurs directeurs :

$$(9;\ 6;\ 0)\,,\quad \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

```
145: p = cart p
```

Idem

Plan d'équation cartésienne

$$(-18)\ x + (22)\ y + (-5)\ z + (30)\ =\ 0$$

```
150: delta = dist C d
```

delta = distance du centre à la corde

Distance du point à la droite

$$7 = \sqrt{49}$$

```
160: delta^2 = prod delta delta
```

Produit de deux nombres

$$49 = \sqrt{2401}$$

```
170: rho^2 = add delta^2 16
```

Somme de deux nombres

$$65$$

```
180: rho = sqrt rho^2
```

Rayon du cercle (et de la sphère)

Racine carrée d'un nombre

$$1\sqrt{65} = \sqrt{65}$$

```
190: sigma = sphere C rho
```

sigma = une sphère pour le cercle

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(1;\ -1;\ -2)\,,\quad 1\sqrt{65} = \sqrt{65}$$

```
200: cercle = inter p sigma
```

(Réponse :) cercle

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\left\{ \begin{array}{l} (-18)\ x + (22)\ y + (-5)\ z + (30)\ =\ 0 \\ (1; -1; -2)\,,\quad 1\sqrt{65} = \sqrt{65} \end{array} \right.$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

```
400:
```

— Vérifications —

```
410: I = inter d sigma
```

Extrémités de la corde

Ensemble de 2 points :

$$\left\{\left(3+\left(\tfrac{-12}{17}\right)\sqrt{17};\ 2+\left(\tfrac{-8}{17}\right)\sqrt{17};\ 4+\left(\tfrac{8}{17}\right)\sqrt{17}\right),\right.$$
$$\left.\left(3+\left(\tfrac{12}{17}\right)\sqrt{17};\ 2+\left(\tfrac{8}{17}\right)\sqrt{17};\ 4+\left(\tfrac{-8}{17}\right)\sqrt{17}\right)\right\}$$

```
420: I1 = compnum I 1
```

Point de coordonnées

$$\left(3+\left(\frac{-12}{17}\right)\sqrt{17};\ 2+\left(\frac{-8}{17}\right)\sqrt{17};\ 4+\left(\frac{8}{17}\right)\sqrt{17}\right)$$

```
430: I2 = compnum I 2
```

Point de coordonnées

$$\left(3+\left(\frac{12}{17}\right)\sqrt{17};\ 2+\left(\frac{8}{17}\right)\sqrt{17};\ 4+\left(\frac{-8}{17}\right)\sqrt{17}\right)$$

```
440: dist I1 I2
```

Longueur de la corde

Distance entre les deux points

$$8=\sqrt{64}$$

```
450: inter I1 p
```

Le plan p du cercle contient l'extrémité I1 de la corde

Point de coordonnées

$$\left(3+\left(\frac{-12}{17}\right)\sqrt{17};\ 2+\left(\frac{-8}{17}\right)\sqrt{17};\ 4+\left(\frac{8}{17}\right)\sqrt{17}\right)$$

```
460: inter I2 p
```

Le plan p du cercle contient l'extrémité I2 de la corde

Point de coordonnées

$$\left(3+\left(\frac{12}{17}\right)\sqrt{17};\ 2+\left(\frac{8}{17}\right)\sqrt{17};\ 4+\left(\frac{-8}{17}\right)\sqrt{17}\right)$$

Marcel Délèze