# Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
# Exercice 6-15

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Notons $Z$ le centre de la sphère et $r$ son rayon
Hypothèse : la droite est extérieure à la sphère, c'est-à-dire $dist(d, Z)$ est supérieur à $r$.
Une méthode :
1. coupe = (plan orthogonal à $d$ par $Z$) = (plan de symétrie)
2. $Q$ = intersection de la droite $d$ avec le plan coupe
3. $p$ = plan polaire de $Q$ par rapport à la sphère
4. $g$ = (intersection des plans $p$ et coupe) = (droite des points de tangence)
5. $\{T1, T2\}$ = intersection de la sphère avec la droite $g$
6. (Premier plan tangent) = (plan tangent à la sphère par $T1$)
7. (Deuxième plan tangent) = (plan tangent à la sphère par $T2$)

`Instructions`

*Commentaires*

Résultats

`10: Z = pt 23 -9 10`

Point de coordonnées

$$(23;\ -9;\ 10)$$

`20: r = sqrt 3509`

Racine carrée d'un nombre

$$11\sqrt{29} = \sqrt{3509}$$

`30: sigma = sphere Z r`

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(23;\ -9;\ 10)\,, \quad 11\sqrt{29} = \sqrt{3509}$$

`40: d = sea_param 2 38 -24 10 8 1`

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + 10\,\mu_1 \\ y = 38 + 8\,\mu_1 \\ z = -24 + 1\,\mu_1 \end{cases}$$

où $\mu_1$ désigne un paramètre réel.

`50: delta = dist d Z`

Distance de la droite au point

$$\frac{29}{5}\sqrt{110} = \sqrt{\frac{18502}{5}}$$

`60: sub delta r`

Différence de deux nombres

$$-11\sqrt{29} + \left(\frac{29}{5}\right)\sqrt{110}$$

`70: float #60`

*Vérification de l'hypothèse : la droite est extérieure à la sphère*

Différence de deux nombres

$$1.5941003153892$$

`100: supplorth d`

*Espace orthogonal à la droite d*

Sous-espace vectoriel de dimension 2 engendré par les vecteurs

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix} \right\}$$

`110: coupe = sea Z #100`

*Plan 'coupe'*

Plan défini par un point d'attache et deux vecteurs directeurs :

$$(23;\ -9;\ 10)\,,\quad \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix} \right\}$$

`120: coupe = cart coupe`

*Idem*

Plan d'équation cartésienne

$$(10)\ x + (8)\ y + (1)\ z + (-168)\ =\ 0$$

`200: Q = inter d coupe`

*Point de la droite d situé dans le plan de symétrie*

Point de coordonnées

$$\left(-6;\ \frac{158}{5};\ \frac{-124}{5}\right)$$

`300: p = polaire Q sigma`

*Plan polaire de Q par rapport à la sphère*

Plan d'équation cartésienne

$$(5)\ x + (-7)\ y + (6)\ z + (367)\ =\ 0$$

`400: g = inter p coupe`

*Droite passant par les points de tangence*

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-16;\ 41;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

```
500: T = inter g sigma
```

Ensemble de 2 points :

$$\{(1;\ 24;\ -34)\,,\\ (-10;\ 35;\ -12)\}$$

```
510: T1 = compnum T 1
```

*Premier point de tangence*

Point de coordonnées

$$(1;\ 24;\ -34)$$

```
520: T2 = compnum T 2
```

*Deuxième point de tangence*

Point de coordonnées

$$(-10;\ 35;\ -12)$$

```
600: ZT1 = vect Z T1
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} -22 \\ 33 \\ -44 \end{pmatrix}$$

```
605: ZT1 = prod ZT1 1/11
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

```
610: t1 = cart_norm T1 ZT1
```

*(Réponse :) Premier plan tangent*

Plan d'équation cartésienne

$$(2)\ x + (-3)\ y + (4)\ z + (206)\ =\ 0$$

```
700: ZT2 = vect Z T2
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} -33 \\ 44 \\ -22 \end{pmatrix}$$

```
705: ZT2 = prod ZT2 1/11
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

```
710: t2 = cart_norm T2 ZT2
```

*(Réponse :) Deuxième plan tangent*

Plan d'équation cartésienne

$$(3)\ x + (-4)\ y + (2)\ z + (194)\ =\ 0$$

```
800:
```

*— Vérifications —*

```
810: dist t1 Z
```

*Le plan t1 est tangent à la sphère de rayon sqrt(3509)*

Distance du plan au point

$$11\sqrt{29} = \sqrt{3509}$$

```
820: dist t2 Z
```

*Le plan t2 est tangent à la sphère de rayon sqrt(3509)*

Distance du plan au point

$$11\sqrt{29} = \sqrt{3509}$$

```
830: inter d t1
```

*Le plan t1 contient la droite d*

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(242;\ 230;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
840: inter d t2
```

*Le plan t2 contient la droite d*

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(242;\ 230;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Marcel Délèze*