Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 6-12

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

L'équation donnée $x^2 + z^2 = 25$ représente un "cylindre" d'axe Oy, de longueur infinie. Pour le calculateur, nous remplaçons l'équation du cylindre par une sphère qui décrit le même cercle
Pour déterminer le centre de la sphère cherchée :
1) Le centre de la sphère se trouve sur la droite des centres des cercles, à savoir sur l'axe Oy.
2) Soit A un point quelconque du premier cercle et B un point quelconque du deuxième cercle. Le centre de la sphère se trouve sur le plan médiateur du segment AB.

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100: p1 = cart 0 1 0 -2`

Plan d'équation cartésienne

$$(0)\ x + (1)\ y + (0)\ z + (-2) \ = \ 0$$

`110: s1 = sphere 0 2 0 5`

Sphère qui remplace le cylindre $x^2 + z^2 = 25$

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(0;\ 2;\ 0)\,, \quad 5 = \sqrt{25}$$

`120: c1 = inter p1 s1`

Premier cercle c1 = (p1, s1)

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (0)\ x + (1)\ y + (0)\ z + (-2) \ = \ 0 \\ (0;2;0)\,, \quad 5 = \sqrt{25} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

`130: p2 = cart 0 1 0 -3`

Plan d'équation cartésienne

$$(0)\ x + (1)\ y + (0)\ z + (-3) \ = \ 0$$

`140: s2 = sphere 0 3 0 4`

Sphère qui remplace le cylindre $x^2 + z^2 = 16$

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(0;\ 3;\ 0)\,,\quad 4=\sqrt{16}$$

`150: c2 = inter p2 s2`

Deuxième cercle c2 = (p2, s2)

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (0)\ x+(1)\ y+(0)\ z+(-3) \ = \ 0 \\ (0;3;0)\,,\quad 4=\sqrt{16} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

`160: a1 = cart 4 0 -3 0`

Plan auxiliaire 4x = 3z

Plan d'équation cartésienne

$$(4)\ x+(0)\ y+(-3)\ z+(0) \ = \ 0$$

`170: I1 = inter p1 s1 a1`

Points du cercle c1

Ensemble de 2 points :

$$\{(-3;\ 2;\ -4)\,,\\ (3;\ 2;\ 4)\}$$

`180: A = compnum I1 2`

Choix d'un point A sur c1

Point de coordonnées

$$(3;\ 2;\ 4)$$

`190: a2 = cart 1 0 -1 0`

Plan auxiliaire x = z

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\ x+(0)\ y+(-1)\ z+(0) \ = \ 0$$

`200: I2 = inter p2 s2 a2`

Points du cercle c2

Ensemble de 2 points :

$$\left\{\left(-2\sqrt{2};\ 3;\ -2\sqrt{2}\right),\\ \left(2\sqrt{2};\ 3;\ 2\sqrt{2}\right)\right\}$$

`210: B = compnum I2 2`

Choix d'un point B sur c2

Point de coordonnées

$$\left(2\sqrt{2};\ 3;\ 2\sqrt{2}\right)$$

```
220: m = mediateur A B
```

Plan médiateur du segment AB

Plan d'équation cartésienne

$$\left(3+(-2)\sqrt{2}\right)\ x+(-1)\ y+\left(4+(-2)\sqrt{2}\right)\ z+(-2)\ =\ 0$$

```
230: Oy = sea 0 0 0 0 1 0
```

Le centre de la sphère cherchée est situé sur l'axe Oy

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(0;\ 0;\ 0)\,,\quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
240: omega = inter m Oy
```

Centre de la sphère cherchée

Point de coordonnées

$$(0;\ -2;\ 0)$$

```
250: r = dist omega A
```

Rayon de la sphère cherchée

Distance entre les deux points

$$1\sqrt{41}=\sqrt{41}$$

```
260: sigma = sphere omega r
```

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(0;\ -2;\ 0)\,,\quad 1\sqrt{41}=\sqrt{41}$$

```
270: sphere_eq sigma
```

(Réponse :) équation de la sphère

Sphère d'équation

$$x^2+y^2+z^2+(0)\,x+(4)\,y+(0)\,z+(-37)\ =\ 0$$

```
400:
```

— Vérifications —

```
410: inter p1 sigma
```

Le cercle (p1, sigma) coïncide avec le cercle c1=(p1,s1), ce qui prouve que sigma contient le cercle c1

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (0)\ x+(1)\ y+(0)\ z+(-2)\ =\ 0 \\ (0;2;0)\,,\quad 5=\sqrt{25} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

`420: inter p2 sigma`

> *Le cercle (p2, sigma) coïncide avec le cercle c2=(p2,s2), ce qui prouve que sigma contient le cercle c2*

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (0)\ x + (1)\ y + (0)\ z + (-3) \ = \ 0 \\ (0;3;0)\,, \quad 4 = \sqrt{16} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

Marcel Délèze