Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 4.4-4

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

1) Le centre de la sphère cherchée est située sur la droite perpendiculaire au plan du cercle et passant par le centre du cercle
2) Soit O l'origine, et A un point quelconque du cercle. Le centre de la sphère cherchée se trouve sur le plan médiateur du segment OA
3) Le centre de la sphère cherchée se trouve à l'intersection de la droite 1) et du plan 2)

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`80:`

— Données —

`90: O = pt 0 0 0`

Point de coordonnées

$$(0;\ 0;\ 0)$$

`100: s = sphere O 5`

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$(0;\ 0;\ 0)\,,\quad 5 = \sqrt{25}$$

`110: p = cart 2 -3 5 -5`

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (3)\ y + (-5)\ z + (5)\ =\ 0$$

`120: cercle = inter p s`

Cercle donné (p, s)

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (-2)\ x + (3)\ y + (-5)\ z + (5)\ =\ 0 \\ \left(\frac{5}{19};\frac{-15}{38};\frac{25}{38}\right),\quad \frac{5}{38}\sqrt{1406} = \sqrt{\frac{925}{38}} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

`130: C = centre cercle`

Point de coordonnées

$$\left(\frac{5}{19};\ \frac{-15}{38};\ \frac{25}{38}\right)$$

```
140: rho = rayon cercle
```

Rayon du cercle

$$\frac{5}{38}\sqrt{1406} = \sqrt{\frac{925}{38}}$$

```
200:
```

— Perpendiculaire au plan du cercle passant par le centre du cercle —

```
210: n = compnum p 1
```

Vecteur directeur de la perpendiculaire au plan p

Vecteur normal du plan

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

```
220: sea_param C n
```

d = droite perpendiculaire au plan p du cercle et passant par le centre C du cercle

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \frac{5}{19} + (-2)\,\mu_1 \\ y = \frac{-15}{38} + 3\,\mu_1 \\ z = \frac{25}{38} + (-5)\,\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

```
230: d = sea_param O n
```

Forme plus simple de d

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 0 + (-2)\,\mu_2 \\ y = 0 + 3\,\mu_2 \\ z = 0 + (-5)\,\mu_2 \end{cases}$$

où μ_2 désigne un paramètre réel.

```
240: valparam d C
```

Vérification de «d passe par C»

Valeur du paramètre correspondant au point

$$\frac{-5}{38}$$

```
300:
```

— Détermination d'un point A du cercle, et plan médiateur du segment OA —

```
310: aux = cart 1 -1 0 0
```

Plan auxiliaire $x = y$

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\ x + (-1)\ y + (0)\ z + (0)\ =\ 0$$

`320: inter p s aux`

Points du cercle (p, s)

Ensemble de 2 points :

$$\left\{\left(\frac{-60}{17};\ \frac{-60}{17};\ \frac{5}{17}\right),\ \left(\frac{10}{3};\ \frac{10}{3};\ \frac{5}{3}\right)\right\}$$

`330: A = compnum #320 2`

Choix d'un point A sur le cercle

Point de coordonnées

$$\left(\frac{10}{3};\ \frac{10}{3};\ \frac{5}{3}\right)$$

`340: m = mediateur O A`

Plan médiateur du segment OA

Plan d'équation cartésienne

$$\left(\frac{-10}{3}\right)\ x + \left(\frac{-10}{3}\right)\ y + \left(\frac{-5}{3}\right)\ z + \left(\frac{25}{2}\right)\ =\ 0$$

`400:`

— Sphère cherchée —

`410: Z = inter d m`

Centre de la sphère cherchée

Point de coordonnées

$$\left(5;\ \frac{-15}{2};\ \frac{25}{2}\right)$$

`420: r = dist Z O`

Rayon de la sphère cherchée

Distance entre les deux points

$$\frac{5}{2}\sqrt{38} = \sqrt{\frac{475}{2}}$$

`430: sigma = sphere Z r`

Sphère définie par son centre et son rayon :

$$\left(5;\ \frac{-15}{2};\ \frac{25}{2}\right),\quad \frac{5}{2}\sqrt{38} = \sqrt{\frac{475}{2}}$$

`440: sphere_eq sigma`

(Réponse :) équation de la sphère cherchée

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (-10)\,x + (15)\,y + (-25)\,z + (0) \;=\; 0$$

`500:`

— *Vérifications* —

`510: inter p sigma`

Le cercle (p, sigma) coïncide avec le cercle (p, s) donné, ce qui montre que la sphère sigma contient le cercle donné

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (-2)\ x + (3)\ y + (-5)\ z + (5) \;=\; 0 \\ \left(\frac{5}{19}; \frac{-15}{38}; \frac{25}{38}\right), \quad \frac{5}{38}\sqrt{1406} = \sqrt{\frac{925}{38}} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

`520: inter sigma O`

La sphère sigma passe par l'origine

Point de coordonnées

$$(0;\ 0;\ 0)$$

Marcel Délèze