

Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace

Exercice 4.3-4

Énoncés des exercices : [Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés](#)

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf>

Notons d la droite, Z le centre de la sphère et r son rayon

Hypothèse : la droite est extérieure à la sphère, c'est-à-dire $\text{dist}(d,Z)$ est supérieur à r .

Une méthode :

1. coupe = (plan orthogonal à d par Z) = (plan de symétrie)
2. Q = intersection de la droite d avec le plan coupe
3. p = plan polaire de Q par rapport à la sphère
4. g = (intersection des plans p et coupe) = (droite des points de tangence)
5. T_1, T_2 = intersection de la sphère avec la droite g
6. (Premier plan tangent) = (plan tangent à la sphère par T_1)
7. (Deuxième plan tangent) = (plan tangent à la sphère par T_2)

Instructions

Commentaires

Résultats

10: sigma = sphere_eq 2 -6 4 -15

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (2)x + (-6)y + (4)z + (-15) = 0$$

20: Z = centre sigma

Point de coordonnées

$$(-1; 3; -2)$$

30: r = rayon sigma

Rayon de la sphère

$$1\sqrt{29} = \sqrt{29}$$

33: d1 = cart 8 -11 8 -30

Plan d'équation cartésienne

$$(-8)x + (11)y + (-8)z + (30) = 0$$

37: d2 = cart 1 -1 -2 0

Plan d'équation cartésienne

$$(-1)x + (1)y + (2)z + (0) = 0$$

40: d = inter_param d1 d2

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = -10 + 10 \mu_1 \\ y = -10 + 8 \mu_1 \\ z = 0 + 1 \mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

50: delta = dist d Z

Distance de la droite au point

$$\frac{29}{55} \sqrt{110} = \sqrt{\frac{1682}{55}}$$

60: sub delta r

Différence de deux nombres

$$-1\sqrt{29} + \left(\frac{29}{55}\right) \sqrt{110}$$

70: float #60

Vérification de l'hypothèse : la droite est extérieure à la sphère

Différence de deux nombres

$$0.14491820762954$$

100: supplorth d

Espace orthogonal à la droite d

Sous-espace vectoriel de dimension 2 engendré par les vecteurs

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix} \right\}$$

110: coupe = sea Z #100

Plan 'coupe'

Plan défini par un point d'attache et deux vecteurs directeurs :

$$(-1; 3; -2), \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix} \right\}$$

120: coupe = cart coupe

Idem

Plan d'équation cartésienne

$$(10) x + (8) y + (1) z + (-12) = 0$$

200: Q = inter d coupe

Point de la droite d situé dans le plan de symétrie

Point de coordonnées

$$\left(\frac{18}{11}; \frac{-38}{55}; \frac{64}{55}\right)$$

300: p = polaire Q sigma

Plan polaire de Q par rapport à la sphère

Plan d'équation cartésienne

$$(5) x + (-7) y + (6) z + (-17) = 0$$

400: g = inter p coupe

Droite passant par les points de tangence

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(2; -1; 0), \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

500: T = inter g sigma

Ensemble de 2 points :

$$\{(2; -1; 0), \\ (1; 0; 2)\}$$

510: T1 = compnum T 1

Premier point de tangence

Point de coordonnées

$$(2; -1; 0)$$

520: T2 = compnum T 2

Deuxième point de tangence

Point de coordonnées

$$(1; 0; 2)$$

600: ZT1 = vect Z T1

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

610: t1 = cart_norm T1 ZT1

(Réponse :) Premier plan tangent

Plan d'équation cartésienne

$$(-3) x + (4) y + (-2) z + (10) = 0$$

630: sea_param t1

Idem

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \left(\frac{10}{3}\right) + (4)\mu_2 + (2)\mu_3 \\ y = (0) + (3)\mu_2 + (0)\mu_3 \\ z = (0) + (0)\mu_2 + (-3)\mu_3 \end{cases}$$

où μ_2 et μ_3 désignent deux paramètres réels.

700: ZT2 = vect Z T2

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

710: t2 = cart_norm T2 ZT2

(Réponse :) Deuxième plan tangent

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)x + (3)y + (-4)z + (10) = 0$$

730: sea_param t2

Idem

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (5) + (3)\mu_4 + (2)\mu_5 \\ y = (0) + (2)\mu_4 + (0)\mu_5 \\ z = (0) + (0)\mu_4 + (-1)\mu_5 \end{cases}$$

où μ_4 et μ_5 désignent deux paramètres réels.

750:

— *Variante courte* —

760: inter sigma coupe p

Les points de tangence sont à l'intersection de la sphère, du plan de coupe et du plan polaire

Ensemble de 2 points :

$$\{(2; -1; 0), (1; 0; 2)\}$$

800:

— *Vérifications* —

810: dist t1 Z

Le plan t1 est tangent à la sphère de rayon sqrt(29)

Distance du plan au point

$$1\sqrt{29} = \sqrt{29}$$

820: dist t2 Z

Le plan t2 est tangent à la sphère de rayon $\sqrt{29}$

Distance du plan au point

$$1\sqrt{29} = \sqrt{29}$$

830: inter d t1

Le plan t1 contient la droite d

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-10; -10; 0), \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

840: inter d t2

Le plan t2 contient la droite d

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-10; -10; 0), \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Marcel Déléze