

# Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace

## Exercice 4.2-5

Énoncés des exercices : [Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés](#)

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf>

Récrire l'équation de la deuxième sphère sous la forme usuelle :

$$x^2 + y^2 + z^2 + (3/2)x + (-1)y + (1/2)z + (-5/2) = 0.$$

La différence des équations des sphères donne l'équation du plan cherché :

$$x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y - 2z + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + (3/2)x + (-1)y + (1/2)z + (-5/2) = 0$$

---

$$0 + (-5/2)x + 4y + (-5/2)z + (7/2) = 0$$

$$\text{Réponse : } 5x - 8y + 5z - 7 = 0$$

Explication :

Considérons un point  $(x, y, z)$  appartenant à l'intersection des deux sphères.

Alors  $(x, y, z)$  vérifie l'équation de chacune des deux sphères.

Par suite,  $(x, y, z)$  vérifie l'équation obtenue en soustrayant les deux équations.

Donc  $(x, y, z)$  appartient au plan  $5x - 8y + 5z - 7 = 0$ .

Le plan ainsi calculé contient l'intersection des deux sphères.

Attention : il est possible que cette intersection soit vide!

### Instructions

#### *Commentaires*

#### Résultats

100: `sigma1 = sphere_eq -1 3 -2 1`

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (-1)x + (3)y + (-2)z + (1) = 0$$

110: `sigma2 = sphere_eq 3/2 -1 1/2 -5/2`

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + \left(\frac{3}{2}\right)x + (-1)y + \left(\frac{1}{2}\right)z + \left(\frac{-5}{2}\right) = 0$$

120:

*Etablissons que les deux sphères sont sécantes*

130: `omega1 = centre sigma1`

Point de coordonnées

$$\left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}; 1\right)$$

140: `r1 = rayon sigma1`

Rayon de la sphère

$$\frac{1}{2}\sqrt{10} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

150: omega2 = centre sigma2

Point de coordonnées

$$\left( \frac{-3}{4}; \frac{1}{2}; \frac{-1}{4} \right)$$

160: r2 = rayon sigma2

Rayon de la sphère

$$\frac{3}{4}\sqrt{6} = \sqrt{\frac{27}{8}}$$

170: add r1 r2

Somme de deux nombres

$$\frac{1}{2}\sqrt{10} + \left(\frac{3}{4}\right)\sqrt{6}$$

175: float #170

Somme de deux nombres

$$3.4182561371716$$

180: delta = dist omega1 omega2

Distance entre les deux points

$$\frac{1}{4}\sqrt{114} = \sqrt{\frac{57}{8}}$$

185: float #180

Distance entre les deux points

$$2.6692695630078 = \sqrt{7.12500000}$$

190:

*Puisque delta est inférieur à (r1+r2), les deux sphères sont sécantes*

200: I = inter sigma1 sigma2

*La description de l'intersection n'est pas demandée*

Cercle défini par un plan et une sphère dont on donne le centre et le rayon :

$$\begin{cases} (-5)x + (8)y + (-5)z + (7) = 0 \\ \left( \frac{-11}{228}, \frac{-71}{114}, \frac{103}{228} \right), \quad \frac{1}{228}\sqrt{58710} = \sqrt{\frac{515}{456}} \end{cases}$$

Remarque : le centre et le rayon de la sphère qui apparaissent ci-dessus sont, en général, distincts du centre et du rayon du cercle.

210: compnum I 1

*En soustrayant les équations des deux sphères, on obtient l'équation d'un plan qui est le plan du cercle d'intersection*

Plan d'équation cartésienne

$$(-5)x + (8)y + (-5)z + (7) = 0$$

Marcel Déléze