Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 4.2-3

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Position relative d'une droite et d'une sphère
Notons r le rayon de la sphère et $delta$ la distance de la droite au centre de la sphère.
Si $delta$ est plus grand que r, alors la droite et la sphère sont disjointes.
Si $delta$ est égal à r, alors la droite est tangente à la sphère.
Si $delta$ est inférieur à r, alors la droite coupe la sphère en deux points.

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100: d = sea_param 2 -7/2 -2 -2 3 1`

a) d =

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + (-2)\,\mu_1 \\ y = \frac{-7}{2} + 3\,\mu_1 \\ z = -2 + 1\,\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

`110: sigma = sphere_eq 1 -4 -3 1/2`

a) sigma =

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (1)\,x + (-4)\,y + (-3)\,z + \left(\frac{1}{2}\right) \; = \; 0$$

`120: inter d sigma`

Pour éviter le calcul explicite de l'intersection, on calcule la distance de la droite au centre de la sphère

Ensemble de 2 points :

$$\left\{ \left(\tfrac{-11}{7} + \left(\tfrac{1}{14}\right)\sqrt{106};\; \tfrac{13}{7} + \left(\tfrac{-3}{28}\right)\sqrt{106};\; \tfrac{-3}{14} + \left(\tfrac{-1}{28}\right)\sqrt{106}\right), \right.$$
$$\left. \left(\tfrac{-11}{7} + \left(\tfrac{-1}{14}\right)\sqrt{106};\; \tfrac{13}{7} + \left(\tfrac{3}{28}\right)\sqrt{106};\; \tfrac{-3}{14} + \left(\tfrac{1}{28}\right)\sqrt{106}\right) \right\}$$

`130: omega = centre sigma`

Centre de la sphère

Point de coordonnées

$$\left(\frac{-1}{2};\; 2;\; \frac{3}{2}\right)$$

`140: r = rayon sigma`

Rayon de la sphère

Rayon de la sphère

$$1\sqrt{6} = \sqrt{6}$$

`145: float r`

Idem

Rayon de la sphère

$$2.4494897427832 = \sqrt{6}$$

`150: delta = dist d omega`

Distance de la droite au centre

Distance de la droite au point

$$\frac{1}{14}\sqrt{805} = \sqrt{\frac{115}{28}}$$

`155: float delta`

Idem

Distance de la droite au point

$$2.0266087076338 = \sqrt{4.10714285}$$

`160:`

Puisque delta est inférieur à r, la droite et la sphère sont sécantes

`200: d = sea_elim 5 0 -25 3 2 -2`

b) d =

Droite d'équations

$$\left\{ \tfrac{x-(5)}{3} = \tfrac{y-(0)}{2} = \tfrac{z-(-25)}{-2} \right.$$

`205: sea_param d`

b) d =

Droite d'équations paramétriques

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 5 + 3\,\mu_2 \\ y = 0 + 2\,\mu_2 \\ z = -25 + (-2)\,\mu_2 \end{array} \right.$$

où μ_2 désigne un paramètre réel.

`210: sigma = sphere_eq -4 -6 2 -67`

b) sigma =

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (-4)\,x + (-6)\,y + (2)\,z + (-67) \;=\; 0$$

`220: inter d sigma`

Pour éviter le calcul explicite de l'intersection, on calcule la distance de la droite au centre de la sphère

Ensemble vide

$$\emptyset$$

```
230: omega = centre sigma
```

Centre de la sphère

Point de coordonnées

$$(2;\ 3;\ -1)$$

```
240: r = rayon sigma
```

Rayon de la sphère

Rayon de la sphère

$$9 = \sqrt{81}$$

```
250: delta = dist d omega
```

Distance de la droite au centre

Distance de la droite au point

$$21 = \sqrt{441}$$

```
260:
```

Puisque delta est supérieur à r, la droite et la sphère sont disjointes

```
300: p1 = cart 2 -1 2 -12
```

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (1)\ y + (-2)\ z + (12)\ =\ 0$$

```
310: p2 = cart 2 -4 -1 6
```

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (4)\ y + (1)\ z + (-6)\ =\ 0$$

```
320: d = inter p1 p2
```

c) d =

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(9;\ 6;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

```
330: sigma = sphere_eq -2 2 4 -43
```

c) sigma =

Sphère d'équation

$$x^2 + y^2 + z^2 + (-2)\,x + (2)\,y + (4)\,z + (-43)\ =\ 0$$

`340: inter d sigma`

Pour éviter le calcul explicite de l'intersection, on calcule la distance de la droite au centre de la sphère

Point de coordonnées

$$(3;\ 2;\ 4)$$

`350: omega = centre sigma`

Point de coordonnées

$$(1;\ -1;\ -2)$$

`360: r = rayon sigma`

Rayon de la sphère

$$7 = \sqrt{49}$$

`370: delta = dist d omega`

Distance de la droite au point

$$7 = \sqrt{49}$$

`380:`

Puisque delta et r sont égaux, la droite est tangente à la sphère

Marcel Délèze