Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 3.4-2

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Une méthode :
Soit pg le plan qui contient la droite g et un vecteur directeur de h. Ainsi h est parallèle à pg
La distance minimale entre g et h est égale à la distance entre le plan pg et n'importe quel point C de h.
Un vecteur directeur de la perpendiculaire commune est donné par le produit vectoriel n d'un vecteur directeur de g par un vecteur directeur de h.
Pour calculer la projection orthogonale oh de h sur pg, il suffit de calculer la projection orthogonale oC de n'importe quel point C de h sur le plan pg,
puis considérer la droite oh qui passe par oC et est dirigée par un vecteur directeur de h.
L'intersection des droites g et oh donne un point Ig de la perpendiculaire commune.
La perpendiculaire commune pc est la droite qui passe par Ig et est dirigée par n.
Ih est l'intersection de pc avec la droite h.

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100:`

— *Question a)* —

`110: gdir = vect 1 -1 1`

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

`120: g = sea_param 1 0 2 gdir`

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 1 + 1\,\mu_1 \\ y = 0 + (-1)\,\mu_1 \\ z = 2 + 1\,\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

`130: C = pt 2 1 2`

Point de coordonnées

$$(2;\ 1;\ 2)$$

`140: hdir = vect 1 2 1`

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
150: h = sea_param C hdir
```

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + 1\,\mu_2 \\ y = 1 + 2\,\mu_2 \\ z = 2 + 1\,\mu_2 \end{cases}$$

où μ_2 désigne un paramètre réel.

```
160: pg = sea_param g hdir
```

pg = plan contenant la droite g et un vecteur directeur de h

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (1) + (1)\,\mu_3 + (1)\,\mu_4 \\ y = (0) + (-1)\,\mu_3 + (2)\,\mu_4 \\ z = (2) + (1)\,\mu_3 + (1)\,\mu_4 \end{cases}$$

où μ_3 et μ_4 désignent deux paramètres réels.

```
170: pg = cart pg
```

Idem

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\ x + (0)\ y + (-1)\ z + (1)\ =\ 0$$

```
180: delta = dist C pg
```

Distance entre les deux droites g et h

Distance du point au plan

$$\frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

```
190: n = prodvect gdir hdir
```

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

```
195: n = div n 3
```

n = vecteur directeur de la perpendiculaire commune

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

`200: oC = projorth C pg`

oC = projection orthogonale du point C sur le plan pg

Point de coordonnées

$$\left(\frac{3}{2};\ 1;\ \frac{5}{2}\right)$$

`210: oh = sea_param oC hdir`

oh = projection orthogonale de la droite h sur le plan pg

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} + 1\,\mu_5 \\ y = 1 + 2\,\mu_5 \\ z = \frac{5}{2} + 1\,\mu_5 \end{cases}$$

où μ_5 désigne un paramètre réel.

`220: Ig = inter g oh`

Ig = point de la perpendiculaire commune sur la droite g

Point de coordonnées

$$(1;\ 0;\ 2)$$

`230: pc = sea_param Ig n`

pc = perpendiculaire commune

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 1 + (-1)\,\mu_6 \\ y = 0 \\ z = 2 + 1\,\mu_6 \end{cases}$$

où μ_6 désigne un paramètre réel.

`240: Ih = inter pc h`

Ih = point de la perpendiculaire commune sur la droite h

Point de coordonnées

$$\left(\frac{3}{2};\ 0;\ \frac{3}{2}\right)$$

`250:`

— Vérifications de la partie a) —

`260: inter pc g`

pc coupe la droite g

Point de coordonnées

$$(1;\ 0;\ 2)$$

`270: inter pc h`

pc coupe la droite h

Point de coordonnées

$$\left(\frac{3}{2};\ 0;\ \frac{3}{2}\right)$$

`280: prod n gdir`

pc est perpendiculaire à g

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

`290: prod n hdir`

pc est perpendiculaire à h

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

`300: dist Ig Ih`

la distance Ig Ih est égale à la distance 'delta' entre les droites g et h

Distance entre les deux points

$$\frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

`400:`

— Question b) —

`410: A = pt 2 1 3`

Point de coordonnées

$$(2;\ 1;\ 3)$$

`420: B = pt 1 2 1`

Point de coordonnées

$$(1;\ 2;\ 1)$$

`430: gdir = vect A B`

Vecteur

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

`440: g = sea_param A B`

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + (-1)\,\mu_7 \\ y = 1 + 1\,\mu_7 \\ z = 3 + (-2)\,\mu_7 \end{cases}$$

où μ_7 désigne un paramètre réel.

`450: C = pt -1 -2 -2`

Point de coordonnées

$$(-1;\ -2;\ -2)$$

`460: D = pt 1 -4 0`

Point de coordonnées

$$(1;\ -4;\ 0)$$

`470: hdir = vect C D`

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

`480: h = sea_param C hdir`

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = -1 + 2\,\mu_8 \\ y = -2 + (-2)\,\mu_8 \\ z = -2 + 2\,\mu_8 \end{cases}$$

où μ_8 désigne un paramètre réel.

`490: pg = sea_param g hdir`

pg = plan contenant la droite g et un vecteur directeur de h

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (2) + (-1)\,\mu_9 + (2)\,\mu_{10} \\ y = (1) + (1)\,\mu_9 + (-2)\,\mu_{10} \\ z = (3) + (-2)\,\mu_9 + (2)\,\mu_{10} \end{cases}$$

où μ_9 et μ_{10} désignent deux paramètres réels.

`500: pg = cart pg`

Idem

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\ x + (1)\ y + (0)\ z + (-3)\ =\ 0$$

`510: delta = dist C pg`

Distance entre les deux droites g et h

Distance du point au plan

$$3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

`520: n = prodvect gdir hdir`

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

`525: n = div n -2`

n = vecteur directeur de la perpendiculaire commune

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
530: oC = projorth C pg
```

oC = projection orthogonale du point C sur le plan pg

Point de coordonnées

$$(2;\ 1;\ -2)$$

```
540: oh = sea_param oC hdir
```

oh = projection orthogonale de la droite h sur le plan pg

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 2 + 2\,\mu_{11} \\ y = 1 + (-2)\,\mu_{11} \\ z = -2 + 2\,\mu_{11} \end{cases}$$

où μ_{11} désigne un paramètre réel.

```
550: Ig = inter g oh
```

Ig = point de la perpendiculaire commune sur la droite g

Point de coordonnées

$$(-3;\ 6;\ -7)$$

```
560: pc = sea_param Ig n
```

pc = perpendiculaire commune

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = -3 + 1\,\mu_{12} \\ y = 6 + 1\,\mu_{12} \\ z = -7 \end{cases}$$

où μ_{12} désigne un paramètre réel.

```
570: Ih = inter pc h
```

Ih = point de la perpendiculaire commune sur la droite h

Point de coordonnées

$$(-6;\ 3;\ -7)$$

```
580:
```

— Vérifications de la partie b) —

```
590: inter pc g
```

pc coupe la droite g

Point de coordonnées

$$(-3;\ 6;\ -7)$$

`600: inter pc h`

pc coupe la droite h

Point de coordonnées

$$(-6;\ 3;\ -7)$$

`610: prod n gdir`

pc est perpendiculaire à g

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

`620: prod n hdir`

pc est perpendiculaire à h

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

`630: dist Ig Ih`

la distance Ig Ih est égale à la distance 'delta' entre les droites g et h

Distance entre les deux points

$$3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

Marcel Délèze