Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 3.3-9

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Première alternative : comparer les vecteurs normaux des deux plans :
- s'ils sont colinéaires, les deux plans sont parallèles,
- s'ils ne sont pas colinéaires, les deux plans sont sécants (l'intersection de deux plans est une droite).

Dans le cas où les deux plans sont parallèles, deuxième alternative :
choisir arbitrairement un point P du premier plan
- si P appartient au deuxième plan, les deux plans sont confondus,
- si P n'appartient pas au deuxième plan, les deux plans sont strictement parallèles.

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100:`

— a) —

`110: p1 = sea_param 4 2 0 2 3 0 5 0 -3`

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (4) + (2)\,\mu_1 + (5)\,\mu_2 \\ y = (2) + (3)\,\mu_1 + (0)\,\mu_2 \\ z = (0) + (0)\,\mu_1 + (-3)\,\mu_2 \end{cases}$$

où μ_1 et μ_2 désignent deux paramètres réels.

`120: p2 = cart 3 -2 5 -4`

Plan d'équation cartésienne

$$(-3)\ x + (2)\ y + (-5)\ z + (4) \ = \ 0$$

`130: inter p1 p2`

Pour éviter de calculer explicitement l'intersection, on utilise la démarche ci-dessous :

Ensemble vide

$$\emptyset$$

`140: n1 = prodvect 2 3 0 5 0 -3`

Vecteur normal du premier plan

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ -15 \end{pmatrix}$$

150: `n2 = vect 3 -2 5`

Vecteur normal du deuxième plan

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

160: `sev n1 n2`

Les vecteurs normaux étant colinéaires, les deux plans sont parallèles

Sous-espace vectoriel de dimension 1 engendré par le vecteur

$$\begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ -15 \end{pmatrix}$$

170: `P = pt 4 2 0`

Point de coordonnées

$$(4;\ 2;\ 0)$$

180: `inter P p2`

Un point du premier plan n'appartient pas au deuxième plan. Puisque les deux plans ne sont pas confondus, ils sont strictement parallèles

Ensemble vide

$$\emptyset$$

200:

— b) —

210: `p1 = sea_param 2 1 0 1 3 -1 -1 -2 1`

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (2) + (1)\,\mu_3 + (-1)\,\mu_4 \\ y = (1) + (3)\,\mu_3 + (-2)\,\mu_4 \\ z = (0) + (-1)\,\mu_3 + (1)\,\mu_4 \end{cases}$$

où μ_3 et μ_4

220: `p2 = cart 3 -2 5 -4`

Plan d'équation cartésienne

$$(-3)\ x + (2)\ y + (-5)\ z + (4)\ =\ 0$$

230: `inter p1 p2`

Pour éviter de calculer explicitement l'intersection, on utilise la démarche ci-dessous :

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(2;\ 1;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
240: n1 = prodvect 1 3 -1 -1 -2 1
```

Vecteur normal du premier plan

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
250: n2 = vect 3 -2 5
```

Vecteur normal du deuxième plan

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

```
260: vd = prodvect n1 n2
```

Puisque les vecteurs normaux ne sont pas colinéaires, les deux plans sont sécants. Un vecteur directeur de la droite d'intersection est

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

```
300:
```

— c) —

```
310: p1 = sea_param 1 2 3 3 -1 1 -2 1 -1
```

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (1) + (3)\,\mu_5 + (-2)\,\mu_6 \\ y = (2) + (-1)\,\mu_5 + (1)\,\mu_6 \\ z = (3) + (1)\,\mu_5 + (-1)\,\mu_6 \end{cases}$$

où μ_5 et μ_6 désignent deux paramètres réels.

```
320: p2 = sea_param 2 2 2 1 0 0 5 -2 2
```

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (2) + (1)\,\mu_7 + (5)\,\mu_8 \\ y = (2) + (0)\,\mu_7 + (-2)\,\mu_8 \\ z = (2) + (0)\,\mu_7 + (2)\,\mu_8 \end{cases}$$

où μ_7 et μ_8 désignent deux paramètres réels.

```
330: inter p1 p2
```

Pour éviter de calculer explicitement l'intersection, on utilise la démarche ci-dessous :

Ensemble vide

$$\emptyset$$

```
340: n1 = prodvect 3 -1 1 -2 1 -1
```

Vecteur normal du premier plan

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
350: n2 =  prodvect 1 0 0 5 -2 2
```

Vecteur normal du deuxième plan

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

```
360: sev n1 n2
```

Les vecteurs normaux étant colinéaires, les deux plans sont parallèles

Sous-espace vectoriel de dimension 1 engendré par le vecteur

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
370: P = pt 1 2 3
```

Point de coordonnées

$$(1;\ 2;\ 3)$$

```
380: inter P p2
```

Un point du premier plan n'appartient pas au deuxième plan. Puisque les deux plans ne sont pas confondus, ils sont strictement parallèles

Ensemble vide

$$\emptyset$$

```
400:
```

— d) —

```
410: p1 = sea_param 1 2 3 3 -1 1 -2 1 -1
```

Plan d'équations paramétriques

$$\left\{\begin{array}{l} x = (1) + (3)\,\mu_9 + (-2)\,\mu_{10} \\ y = (2) + (-1)\,\mu_9 + (1)\,\mu_{10} \\ z = (3) + (1)\,\mu_9 + (-1)\,\mu_{10} \end{array}\right.$$

où μ_9 et μ_{10} désignent deux paramètres réels.

```
420: p2 = sea_param 1 2 3 6 -2 2 -2 2 -1
```

Plan d'équations paramétriques

$$\left\{\begin{array}{l} x = (1) + (6)\,\mu_{11} + (-2)\,\mu_{12} \\ y = (2) + (-2)\,\mu_{11} + (2)\,\mu_{12} \\ z = (3) + (2)\,\mu_{11} + (-1)\,\mu_{12} \end{array}\right.$$

où μ_{11} et μ_{12} désignent deux paramètres réels.

```
430: inter p1 p2
```

> *Pour éviter de calculer explicitement l'intersection, on utilise la démarche ci-dessous :*

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-8;\ 5;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
440: n1 = prodvect 3 -1 1 -2 1 -1
```

> *Vecteur normal du premier plan*

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
450: n2 =  prodvect 6 -2 2 -2 2 -1
```

> *Vecteur normal du deuxième plan*

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

```
460: vd = prodvect n1 n2
```

> *Puisque les vecteurs normaux ne sont pas colinéaires, les deux plans sont sécants. Un vecteur directeur de la droite d'intersection est*

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Marcel Délèze