Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 3.3-1

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100: O = pt 0 0 0`

Point de coordonnées

$$(0;\ 0;\ 0)$$

`110: A = pt -6 4 3`

Point de coordonnées

$$(-6;\ 4;\ 3)$$

`120: B = pt 2 8 4`

Point de coordonnées

$$(2;\ 8;\ 4)$$

`130: OA = vect O A`

Vecteur

$$\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

`140: OB = vect O B`

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

`150: cart O A B`

a)

Plan d'équation cartésienne

$$(4)\ x + (-15)\ y + (28)\ z + (0)\ =\ 0$$

`160: sea_param O OA OB`

a)

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (0) + (-6)\,\mu_1 + (2)\,\mu_2 \\ y = (0) + (4)\,\mu_1 + (8)\,\mu_2 \\ z = (0) + (3)\,\mu_1 + (4)\,\mu_2 \end{cases}$$

où μ_1 et μ_2 désignent deux paramètres réels.

```
200: M = pt 2 5 6
```

Point de coordonnées

$$(2;\ 5;\ 6)$$

```
210: p = sea_param M OA OB
```

b)

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (2) + (-6)\,\mu_3 + (2)\,\mu_4 \\ y = (5) + (4)\,\mu_3 + (8)\,\mu_4 \\ z = (6) + (3)\,\mu_3 + (4)\,\mu_4 \end{cases}$$

où μ_3 et μ_4 désignent deux paramètres réels.

```
220: cart p
```

b)

Plan d'équation cartésienne

$$(-4)\ x + (15)\ y + (-28)\ z + (101)\ =\ 0$$

```
300: M = pt -1 -4 1
```

Point de coordonnées

$$(-1;\ -4;\ 1)$$

```
310: n = vect 5 -2 5
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

```
320: p = cart_norm M n
```

c)

Plan d'équation cartésienne

$$(-5)\ x + (2)\ y + (-5)\ z + (8)\ =\ 0$$

```
330: sea_param p
```

c)

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \left(\frac{8}{5}\right) + (2)\,\mu_5 + (1)\,\mu_6 \\ y = (0) + (5)\,\mu_5 + (0)\,\mu_6 \\ z = (0) + (0)\,\mu_5 + (-1)\,\mu_6 \end{cases}$$

où μ_5 et μ_6 désignent deux paramètres réels.

```
400: M = pt 3 1 1
```

Point de coordonnées

$$(3;\ 1;\ 1)$$

```
410: B = pt 1 0 5
```

Point de coordonnées

$$(1;\ 0;\ 5)$$

```
420: C = pt 3 -3 8
```

Point de coordonnées

$$(3;\ -3;\ 8)$$

```
430: BC = vect B C
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

```
440: p = cart_norm M BC
```

d)

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (3)\ y + (-3)\ z + (6)\ =\ 0$$

```
450: sea_param p
```

d)

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (3) + (3)\,\mu_7 + (3)\,\mu_8 \\ y = (0) + (2)\,\mu_7 + (0)\,\mu_8 \\ z = (0) + (0)\,\mu_7 + (-2)\,\mu_8 \end{cases}$$

où μ_7 et μ_8 désignent deux paramètres réels.

```
500: n1 = vect 3 -2 5
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

```
510: n2 = vect 1 -1 -1
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
530: n = prodvect n1 n2
```

Le produit vectoriel $n1 \times n2$ est un vecteur orthogonal à n1 et orthogonal à n2

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
540: p = cart_norm O n
```

e)

Plan d'équation cartésienne

$$(-7)\ x + (-8)\ y + (1)\ z + (0)\ =\ 0$$

```
550: sea_param p
```

e)

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = (0) + (8)\,\mu_9 + (1)\,\mu_{10} \\ y = (0) + (-7)\,\mu_9 + (0)\,\mu_{10} \\ z = (0) + (0)\,\mu_9 + (7)\,\mu_{10} \end{cases}$$

où μ_9 et μ_{10} désignent deux paramètres réels.

```
600: A = pt 1 1 1
```

Point de coordonnées

$$(1;\ 1;\ 1)$$

```
610: OA = vect O A
```

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
620: n1 = vect 1 -1 1
```

Vecteur normal du plan donné

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
630: n = prodvect OA n1
```

Le produit vectoriel $OA \times n1$ est un vecteur orthogonal à OA et orthogonal à n1

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

```
640: p = cart_norm O n
```

f)

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (0)\ y + (2)\ z + (0) \ = \ 0$$

```
650: sea_param p
```

f)

Plan d'équations paramétriques

$$\left\{ \begin{array}{l} x = (0) + (1)\,\mu_{11} + (0)\,\mu_{12} \\ y = (0) + (0)\,\mu_{11} + (-1)\,\mu_{12} \\ z = (0) + (1)\,\mu_{11} + (0)\,\mu_{12} \end{array} \right.$$

où μ_{11} et μ_{12} désignent deux paramètres réels.

```
660: inter p O
```

Vérification de f) : Le point O appartient au plan p

Point de coordonnées

$$(0;\ 0;\ 0)$$

```
670: inter p A
```

Vérification de f) : Le point A appartient au plan p

Point de coordonnées

$$(1;\ 1;\ 1)$$

```
680: prod n n1
```

Vérification de f) : Le plan p est perpendiculaire au plan donné

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

```
700: n1 = vect 2 -5 1
```

Vecteur normal du plan donné

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
710: vd = vect 2 -5 4
```

Vecteur directeur de la droite donnée

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

```
720: n = prodvect n1 vd
```

Le produit vectoriel $n1 \times vd$ *est un vecteur orthogonal à n1 et orthogonal à vd*

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -15 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
730: A = pt 1 3 6
```

Le point d'attache de la droite appartient au plan cherché

Point de coordonnées

$$(1;\ 3;\ 6)$$

```
740: p = cart_norm A n
```

g)

Plan d'équation cartésienne

$$(15)\ x + (6)\ y + (0)\ z + (-33)\ =\ 0$$

```
750: sea_param p
```

g)

Plan d'équations paramétriques

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \left(\frac{11}{5}\right) + (2)\,\mu_{13} + (0)\,\mu_{14} \\ y = (0) + (-5)\,\mu_{13} + (0)\,\mu_{14} \\ z = (0) + (0)\,\mu_{13} + (-1)\,\mu_{14} \end{array} \right.$$

où μ_{13} et μ_{14} désignent deux paramètres réels.

```
770: d = sea_param A vd
```

Droite donnée

Droite d'équations paramétriques

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 2\,\mu_{15} \\ y = 3 + (-5)\,\mu_{15} \\ z = 6 + 4\,\mu_{15} \end{array} \right.$$

où μ_{15} désigne un paramètre réel.

```
780: inter d p
```

Vérification de g) : La droite donnée est incluse dans le plan cherché

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$\left(-2;\ \frac{21}{2};\ 0\right),\quad \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

```
790: prod n n1
```

Vérification de g) : Le plan cherché est perpendiculaire au plan donné

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

```
800: p1 = cart 2 -1 1 -3
```

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (1)\ y + (-1)\ z + (3)\ =\ 0$$

```
810: p2 = cart 1 2 -1 -5
```

Plan d'équation cartésienne

$$(-1)\ x + (-2)\ y + (1)\ z + (5)\ =\ 0$$

```
820: d1 = inter_param p1 p2
```

Première droite donnée

Droite d'équations paramétriques

$$\left\{\begin{array}{l} x = \frac{11}{5} + (-1)\,\mu_{16} \\ y = \frac{7}{5} + 3\,\mu_{16} \\ z = 0 + 5\,\mu_{16} \end{array}\right.$$

où μ_{16} désigne un paramètre réel.

```
830: vd1 = compnum d1 2
```

Vecteur directeur de la première droite

Vecteur directeur de la droite

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

```
840: A = pt 1 3 -2
```

Point d'attache de la deuxième droite donnée

Point de coordonnées

$$(1;\ 3;\ -2)$$

```
850: vd2 = vect 3 2 -1
```

Vecteur directeur de la deuxième droite

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
860: d2 = sea_param A vd2
```

Deuxième droite donnée

Droite d'équations paramétriques

$$\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 3\,\mu_{17} \\ y = 3 + 2\,\mu_{17} \\ z = -2 + (-1)\,\mu_{17} \end{array}\right.$$

où μ_{17} désigne un paramètre réel.

`870: n = prodvect vd1 vd2`

Le produit vectoriel $vd1 \times vd2$ *est un vecteur orthogonal à vd1 et orthogonal à vd2*

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -13 \\ 14 \\ -11 \end{pmatrix}$$

`880: p = cart_norm A n`

h)

Plan d'équation cartésienne

$$(13)\ x + (-14)\ y + (11)\ z + (51)\ =\ 0$$

`890: sea_param p`

h)

Plan d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \left(\frac{-51}{13}\right) + (14)\,\mu_{18} + (11)\,\mu_{19} \\ y = (0) + (13)\,\mu_{18} + (0)\,\mu_{19} \\ z = (0) + (0)\,\mu_{18} + (-13)\,\mu_{19} \end{cases}$$

où μ_{18} et μ_{19} désignent deux paramètres réels.

`900: inter p d2`

Vérification de h) : La deuxième droite donnée est incluse dans le plan cherché

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-5;\ -1;\ 0)\,,\quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

`910: prod n vd1`

Vérification de h) : Le plan cherché est parallèle à la première droite donnée

Produit scalaire de deux vecteurs

$$0$$

Marcel Délèze