

## Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace

### Exercice 3.2-4

Énoncés des exercices : [Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés](https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf)

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf>

Première méthode :

Pour déterminer une base orthogonale  $(a, b')$ , poser  $b' = b - t * a$

et chercher  $t$  afin que le produit scalaire  $a.b'$  soit nul :

$$a.(b - t * a) = 0$$

$$(a.b) - t * (a.a) = 0$$

$$t = (a.b)/(a.a)$$

$$b' = b - ((a.b)/(a.a)) * a$$

Pour déterminer une base orthogonale directe  $(a, b', c)$ , calculer le produit vectoriel  $c = a \times b'$ .

Pour déterminer une base orthonormée  $(a', b'', c')$ , diviser chaque vecteur  $(a, b', c)$  par sa norme.

Deuxième méthode :

Vecteur  $c$  normal au plan  $(a, b)$  :  $c = a \times b$

Vecteur  $b'$  dans le plan  $(a, b)$  et orthogonal à  $a$  :  $b' = c \times a$

$(a, b', c)$  est une base orthogonale directe

Pour déterminer une base orthonormée  $(a', b'', c')$ , diviser chaque vecteur  $(a, b', c)$  par sa norme.

#### Instructions

##### *Commentaires*

Résultats

100: a = vect 2 6 10

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

110: b = vect 7 5 1

Vecteur

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

115:

— Première méthode —

120: prod a b

*Produit scalaire a.b*

Produit scalaire de deux vecteurs

130: prod a a

*Carré scalaire a.a*

Produit scalaire de deux vecteurs

140

140: t = div #120 #130

$$t = (a.b)/(a.a)$$

Quotient de deux nombres

$\frac{27}{70}$

150: prod t a

$$t^*a = ((a.b)/(a.a))^*a$$

Vecteur

$$\begin{pmatrix} \frac{27}{35} \\ \frac{35}{81} \\ \frac{35}{27} \\ \frac{27}{7} \end{pmatrix}$$

160: b' = sub b #150

$$b' = b - t^*a$$

Différence de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} \frac{218}{35} \\ \frac{94}{35} \\ \frac{35}{-20} \\ \frac{27}{7} \end{pmatrix}$$

170: c = prodvect a b'

$$c = a \times b'$$

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -44 \\ 68 \\ -32 \end{pmatrix}$$

180: norme a

Norme du vecteur

$$2\sqrt{35} = \sqrt{140}$$

190: a' = div a #180

*Réponse a' =*

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{35}\sqrt{35} \\ \frac{3}{35}\sqrt{35} \\ \frac{1}{7}\sqrt{35} \end{pmatrix}$$

200: norme b'

Norme du vecteur

$$\frac{2}{35}\sqrt{16590} = \sqrt{\frac{1896}{35}}$$

210: b'' = div b' #200

Réponse b'' =

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} \frac{109}{16590} \sqrt{16590} \\ \frac{47}{16590} \sqrt{16590} \\ \frac{-5}{1659} \sqrt{16590} \end{pmatrix}$$

215: float b''

*Idem*

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} 0.84625900794899 \\ 0.36490067335793 \\ -0.38819220539847 \end{pmatrix}$$

220: norme c

Norme du vecteur

$$4\sqrt{474} = \sqrt{7584}$$

230: c' = div c #220

Réponse c' =

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} \frac{-11}{474} \sqrt{474} \\ \frac{17}{474} \sqrt{474} \\ \frac{-4}{237} \sqrt{474} \end{pmatrix}$$

300:

— Deuxième méthode —

310: c = prodvect a b

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} -44 \\ 68 \\ -32 \end{pmatrix}$$

320: b' = prodvect c a

Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\begin{pmatrix} 872 \\ 376 \\ -400 \end{pmatrix}$$

330: a' = div a #180

Réponse a' =

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{35} \sqrt{35} \\ \frac{3}{35} \sqrt{35} \\ \frac{1}{7} \sqrt{35} \end{pmatrix}$$

340: norme b'

Norme du vecteur

$$8\sqrt{16590} = \sqrt{1061760}$$

350: b'' = div b' #340

*Réponse b'' =*

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\left( \begin{array}{c} \frac{109}{16590}\sqrt{16590} \\ \frac{47}{16590}\sqrt{16590} \\ \frac{-5}{1659}\sqrt{16590} \end{array} \right)$$

360: norme c

Norme du vecteur

$$4\sqrt{474} = \sqrt{7584}$$

370: c' = div c #360

*Réponse c' =*

Quotient d'un vecteur par un nombre

$$\left( \begin{array}{c} \frac{-11}{474}\sqrt{474} \\ \frac{17}{474}\sqrt{474} \\ \frac{-4}{237}\sqrt{474} \end{array} \right)$$

400:

— *Vérfications* —

410: prod a' b''

Produit scalaire de deux vecteurs

0

420: prod a' c'

Produit scalaire de deux vecteurs

0

430: prod b'' c'

*La base (a', b'', c') est orthogonale*

Produit scalaire de deux vecteurs

0

440: norme a'

Norme du vecteur

$$1 = \sqrt{1}$$

450: norme b''

Norme du vecteur

$$1 = \sqrt{1}$$

460: norme  $c'$

*La base  $(a', b'', c')$  est orthonormée*

Norme du vecteur

$$1 = \sqrt{1}$$

470: det  $a' b'' c'$

*La base  $(a', b'', c')$  est directe*

Déterminant

$$\frac{1}{16590} \sqrt{35} \sqrt{16590} \sqrt{474}$$

475: prod #470 #470

*Le déterminant est égal à 1*

Produit de deux nombres

$$1$$

480: sev  $a$

Sous-espace vectoriel de dimension 1 engendré par le vecteur

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

490: valparam #480  $a'$

*$a'$  est colinéaire à  $a$*

Valeur du paramètre correspondant au vecteur

$$\frac{1}{70} \sqrt{35}$$

500: sev  $a b$

Sous-espace vectoriel de dimension 2 engendré par les vecteurs

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

510: valparam #500  $b''$

*$b''$  appartient au plan engendré par  $(a, b)$*

Valeurs des deux paramètres qui correspondent au vecteur

$$\left\{ \frac{-9}{22120} \sqrt{16590}, \frac{1}{948} \sqrt{16590} \right\}$$

*Marcel Déléze*