Calculateur pour la géométrie analytique de l'espace
Exercice 2.3-1

Énoncés des exercices : Géométrie analytique 3D, exercices avec corrigés
https ://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Geom3D/ga3dexos.pdf

Position relative d'une droite d et d'un plan p

`Instructions`

Commentaires

Résultats

`100:`

— Partie a) —

`110: d = sea_param 3 5 3 2 -2 2`

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 3 + 2\,\mu_1 \\ y = 5 + (-2)\,\mu_1 \\ z = 3 + 2\,\mu_1 \end{cases}$$

où μ_1 désigne un paramètre réel.

`120: p = cart 2 1 -1 0`

Plan d'équation cartésienne

$$(2)\ x + (1)\ y + (-1)\ z + (0) \ = \ 0$$

`130: inter p d`

Dans l'équation du plan p : 2x+y-z=0, remplacer x = 3 + 2t, y = 5 - 2t, z=3+2t. On obtient t, puis (x,y,z). Réponse : la droite et le plan sont donc strictement parallèles. Ici, une méthode particulière consiste à vérifier que le vecteur directeur de la droite est orthogonal au vecteur normal du plan, mais qu'un point d'attache de la droite n'appartient pas au plan

Ensemble vide

$$\emptyset$$

`200:`

— Partie b) —

`210: cart 1 -2 1 -4`

Plan d'équation cartésienne

$$(-1)\ x + (2)\ y + (-1)\ z + (4) \ = \ 0$$

`220: cart 1 3 -2 0`

Plan d'équation cartésienne

$$(1)\ x + (3)\ y + (-2)\ z + (0) \ = \ 0$$

```
230: d = inter_param #210 #220
```

Pour la droite d, conversion de la forme cartésienne à la forme paramétrique

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \frac{12}{5} + 1\,\mu_2 \\ y = \frac{-4}{5} + 3\,\mu_2 \\ z = 0 + 5\,\mu_2 \end{cases}$$

où μ_2 désigne un paramètre réel.

```
240: p = cart 3 -2 4 0
```

Plan d'équation cartésienne

$$(3)\ x + (-2)\ y + (4)\ z + (0) \ = \ 0$$

```
250: inter p d
```

Dans l'équation du plan p : 3x-2y+4z=0, remplacer x = 12/5 + t, y = -4/5 + 3t, z = 5t. On obtient t, puis (x,y,z). Réponse : la droite et le plan sont donc sécants.

Point de coordonnées

$$\left(\frac{32}{17};\ \frac{-40}{17};\ \frac{-44}{17}\right)$$

```
300:
```

— Partie c) —

```
310: d = sea 2 3 1 -3 1 -1
```

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(2;\ 3;\ 1)\,, \quad \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
320: p = cart 4 1 -11 0
```

Plan d'équation cartésienne

$$(4)\ x + (1)\ y + (-11)\ z + (0) \ = \ 0$$

```
330: inter p d
```

Dans l'équation du plan p : 4x+y-11z=0, remplacer x=2-3t, y=3+t, z=1-t. On obtient t, puis (x,y,z). Réponse : la droite est donc incluse dans le plan. Ici, une méthode particulière consiste à vérifier que le vecteur directeur de la droite est orthogonal au vecteur normal du plan, et qu'un point d'attache de la droite appartient au plan

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-1;\ 4;\ 0)\,,\qquad \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

`400:`

— Partie d) —

`410: d = sea -4 8 3 -5 6 -1`

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-4;\ 8;\ 3)\,,\qquad \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

`420: p = cart 2 3 -1 -5`

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (-3)\ y + (1)\ z + (5)\ =\ 0$$

`430: inter p d`

Dans l'équation du plan p : 2x+3y-z=5, remplacer x=-4-5t, y =8+6t, z=3-t. On obtient t, puis (x,y,z). Réponse : la droite et le plan sont donc sécants

Point de coordonnées

$$\left(\frac{4}{9};\ \frac{8}{3};\ \frac{35}{9}\right)$$

`500:`

— Partie e) —

`510: cart 5 -3 2 -5`

Plan d'équation cartésienne

$$(-5)\ x + (3)\ y + (-2)\ z + (5)\ =\ 0$$

`520: cart 2 -1 -1 -1`

Plan d'équation cartésienne

$$(-2)\ x + (1)\ y + (1)\ z + (1)\ =\ 0$$

`530: d = inter_param #510 #520`

Pour la droite d, conversion de la forme cartésienne à la forme paramétrique

Droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = -2 + 5\,\mu_3 \\ y = -5 + 9\,\mu_3 \\ z = 0 + 1\,\mu_3 \end{cases}$$

où μ_3 désigne un paramètre réel.

`540: p = cart 4 -3 7 -7`

Plan d'équation cartésienne

$$(-4)\ x + (3)\ y + (-7)\ z + (7) \ = \ 0$$

`550: inter p d`

> *Dans l'équation du plan p : 4x-3y+7z-7=0, remplacer x = -2 + 5t, y = -5 + 9t, z = t. On obtient t, puis (x,y,z). Réponse : la droite est donc incluse dans le plan. Ici, une méthode particulière consiste à vérifier que le vecteur directeur de la droite est orthogonal au vecteur normal du plan, et qu'un point d'attache de la droite appartient au plan*

Droite définie par un point d'attache et un vecteur directeur :

$$(-2;\ -5;\ 0)\,, \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Marcel Délèze