Pourquoi peut-on jouer les notes de la gamme chromatique avec une trompette ?

Serge MARTIN – Janvier 2021

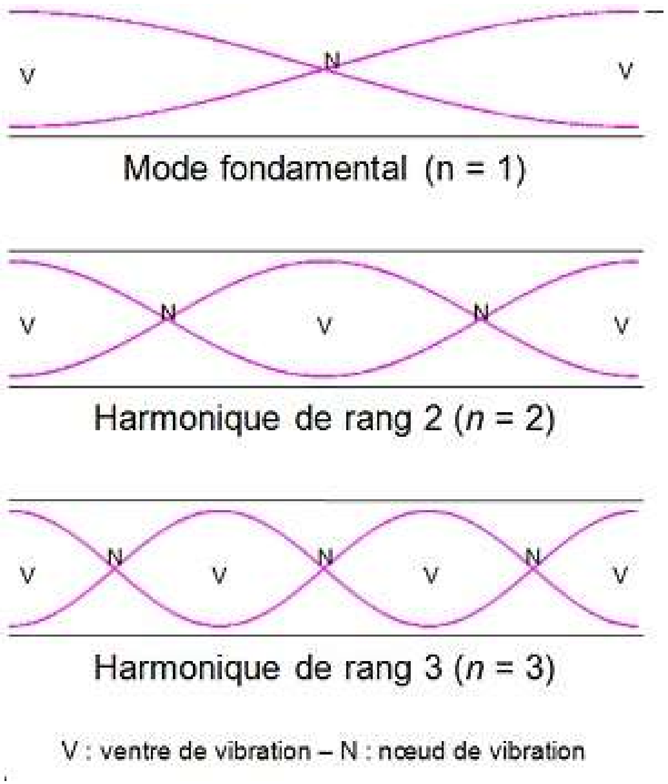
Les harmoniques d'une trompette

La trompette est un tube avec à une extrémité l'embouchure et à l'autre extrémité le pavillon.

Les lèvres du trompettiste font "vibrer" l'air dans l'embouchure. Plus précisément, elles produisent une onde faite d'une succession de surpressions et de sous-pressions de l'air qui se propagent à la vitesse du son dans le tube de la trompette. Arrivée au pavillon, une partie de cette onde s'échappe de la trompette et le reste est réfléchi vers l'embouchure. Lorsque l'onde émise par les lèvres et l'onde réfléchie à l'embouchure se superposent, il y a résonnance et l'onde est amplifiée. Ce sont les sons émis par une trompette. Quand cette onde sonore parvient à une oreille, cette succession de surpressions et de sous-pressions de l'air fait vibrer le tympan.

Quand il y a résonnance dans la trompette, en certains endroits de son tube, les fluctuations de la pression de l'air sont maximales, ce sont les "ventres" de l'onde. Entre ces ventres, il y a les "nœuds" où la pression de l'air reste constante.

On peut estimer grossièrement que pour le Do pédale il y a une demi-longueur d'onde dans le tube de la trompette, avec un "ventre" à chaque extrémité de la trompette et un "nœud" au milieu. Le rang 2 correspond au Do moyen, le rang 3 au Sol moyen, etc.



Ainsi, pour l'harmonique de rang n, la longueur du tube d'une trompette doit être égale à n fois la demi-longueur d'onde de l'harmonique, soit $L = n.l_n/2$. Et on rappelle que la longueur d'onde d'un son est égale à la vitesse de propagation du son divisée par la fréquence du son, soit $l_n = c/f_n$.

Avec : c : la vitesse du son qui est égale dans l'air, à 15°C et au niveau de la mer, à environ 340 m/s
l_n et f_n : la longueur d'onde et la fréquence de l'harmonique de rang n
f_1 : la fréquence du Do pédale, qui est 116,5 Hertz
L : la longueur du tube de la trompette

On a les relations : $L = n.l_n/2$ avec $l_n = c/f_n$

D'où $L = n.c / (2.f_n)$

On peut facilement calculer la longueur du tube d'une trompette.

En effet, pour le Do pédale : n = 1. La longueur du tube est donc donnée par la formule :
L = 340 / (2 x 116,5) soit **1,46 mètre**

Ce résultat - 1,46 m - est une bonne approximation de la longueur officielle du tube d'une trompette en Si b qui est de 1,475 m.

Les autres notes que l'on peut émettre avec une trompette sans que l'on appuie sur les pistons correspondent aux harmoniques de rangs 2, 3, 4, 5, etc.

Quand on monte d'une octave, la fréquence du son est multipliée par 2 donc la longueur de l'onde sonore est divisée par 2. Autrement dit les nœuds et les ventres de pression de l'onde sonore « arrivent deux fois plus vite » à l'oreille d'un auditeur. A noter que ce n'est pas la vitesse de propagation du son dans l'air qui change (environ 340m/s) mais la fréquence et la longueur d'onde du signal porté par le son.

Comme il y a six tons dans une octave, un raisonnement similaire indique que lorsque l'on monte d'un ton, la fréquence du son est multipliée par « racine sixième de 2 », c'est-à-dire par le nombre qui, multiplié six fois par lui-même, donne 2 et qui s'écrit $2^{1/6}$ (prononcer : deux puissance un sixième). La longueur de l'onde sonore est alors divisée par $2^{1/6}$.

De même, si l'on monte d'un demi-ton, la fréquence du son est multipliée par « racine douzième de 2 », c'est-à-dire par le nombre qui, multiplié douze fois par lui-même, donne 2 et qui s'écrit $2^{1/12}$ (prononcer : deux puissance un douzième).

On peut vérifier que lorsque l'on monte de six tons, c'est-à-dire que l'on passe à l'octave supérieure, la fréquence du son est multipliée six fois par « racine sixième de 2 », ce qui par définition donne deux. Si on raisonne en demi-tons, d'une octave à l'autre il y a douze demi-tons et la fréquence du son est multipliée douze fois par « racine douzième de 2 », ce qui par définition donne deux

Comme nous l'avons dit ci-dessus, les harmoniques de la trompette correspondent aux longueurs d'onde dont les moitiés divisent le tube de la trompette en un nombre entier n de parties égales. Autrement dit, les harmoniques de la trompette sont les notes qui, en partant du Do pédale, correspondent aux puissances de $2^{1/12}$ dont les valeurs sont proches d'un nombre entier.

n = 1	Do pédale (Do 2)	F1
n = 2	Do moyen (Do 3)	F2 = F1 x $(2^{1/12})^{12}$ strictement égal à 2
n = 3	Sol moyen (Sol 3)	F2 = F1 x $(2^{1/12})^{19}$ proche de 3
n = 4	Do aigu (Do 4)	F2 = F1 x $(2^{1/12})^{24}$ strictement égal à 4
n = 5	Mi aigu (Mi 4)	F2 = F1 x $(2^{1/12})^{28}$ proche de 5
n = 6	Sol aigu (Sol 4)	F2 = F1 x $(2^{1/12})^{31}$ proche de 6
Etc.		

Les demi-longueurs d'onde des notes intermédiaires ne sont pas des diviseurs de la longueur du tube de la trompette et il n'y a donc pas résonnance. Pour qu'il y ait résonnance, il faut faire varier la longueur du circuit d'air dans la trompette, ce que l'on obtient avec les coulisses et les pistons.

Les harmoniques de la trompette en Si b

Trompette Sib Notes transposées	Intervalles (Demi-tons)	Demi-tons cumulés	2 Puissance (x/12)	Approximation	Notes sans doigté	Fréquences	Trompette Sib Notes transposées
Do		0	**1**	**1**	Do	116,5	**Do pédale**
Fa #		6	1,414213562			164,8	Fa # grave
Do		12	**2**	**2**	Do	233,1	**Do moyen**
Ré	2	14	2,244924097				Ré
Mi	2	16	2,5198421				Mi
Fa	1	17	2,669679708				Fa
Sol	2	19	**2,996614154**	**3**	Sol	349,2	**Sol moyen**
La	2	21	3,363585661				La
Si	2	23	3,775497251			440	Si (La 440)
Do	1	24	**4**	**4**	Do	466,2	**Do aigu**
Ré	2	26	4,489848193				Ré
Mi		28	**5,0396842**	**5**	Mi	587,3	**Mi aigu**
Sol		31	**5,993228308**	**6**	Sol	698,5	**Sol aigu**
Si b		34	7,127189745		(Si b)	830,6	Si b
Do		36	**8**	**8**	Do	932,3	**Contre Ut**
Ré		38	**8,979696386**	**9**	Ré	1046,5	**Ré**
Mi		40	**10,0793684**	**10**	Mi	1174,7	**Mi**
Sol		43	**11,98645662**	**12**	Sol	1396,9	**Sol**
Si		47	**15,101989**	**15**	Si	1760	**Si**
Do		48	**16**	**16**	Do	1864,7	**Double contre Ut**
							Ré

Notes réelles	Voix	Fréquences
Fa1	Baryton basse	87,3
Si b		**116,5**
Do 2		130,8
Mi		**164,8**
Si b		233,1
Do 3		261,6
Ré		293,7
Mi		329,6
Fa3		**349,2**
Sol		392
La	La 440	440
Si b		**466,2**
Do 4		523,2
Ré		**587,3**
Fa		**698,5**
La b		830,6
Si b		**932,3**
Do 5		**1046,5**
Ré		**1174,7**
Fa		**1396,9**
La		**1760**
Si b		**1864,7**
Do 6		2093

Serge MARTIN – Janvier 2021

Les pistons et les coulisses

Premier piston – un ton

Nous avons vu que lorsque l'on monte d'un ton, la fréquence du son est multipliée par « racine sixième de 2 », c'est-à-dire par le nombre qui, multiplié six fois par lui-même, donne 2 et qui s'écrit $2^{1/6}$ (prononcer : deux puissance un sixième). La longueur de l'onde sonore est alors divisée par $2^{1/6}$. Inversement quand on descend d'un ton, la fréquence du son est divisée par $2^{1/6}$ et longueur de l'onde sonore est alors multipliée par $2^{1/6}$ soit 1,122…

Pour qu'il y ait résonnance dans la trompette pour une note située un ton plus grave qu'une harmonique de la trompette, il faut allonger le circuit d'air de la trompette dans la même proportion, c'est-à-dire le multiplier par $2^{1/6}$.

Cela revient à allonger le circuit d'air de la trompette de 147,5cm x (1,122 -1) = 18,06cm. C'est la longueur de la coulisse du premier piston d'une trompette.

Deuxième piston – un demi-ton

Un raisonnement analogue montre qu'il faut multiplier la longueur du circuit d'air de la trompette par $2^{1/12}$ = 1,059 car il y a douze demi-tons dans une octave.

Cela revient à allonger le circuit d'air de la trompette de 147,5cm x (1,059 -1) = 8,77cm

C'est pourquoi la coulisse du deuxième piston mesure 8,77cm.

Troisième piston – un ton et demi

Pour obtenir un son plus grave d'un ton et demi à partir d'une harmonique de la trompette, Il faut multiplier la longueur du circuit d'air de la trompette par $2^{3/12}$ = 1,189.

Cela revient à allonger le circuit d'air de la trompette de 147,5cm x (1,189 -1) = 27,09cm.

C’est pourquoi la coulisse du troisième piston mesure 27,09cm.

Cela correspond à peu près à ce que l’on peut mesurer sur une trompette en Sib. D’ailleurs, on peut imaginer que les inventeurs de la trompette à pistons ont tenu un raisonnement initial analogue.

ATTENTION ! Que se passe-t-il quand on appuie simultanément sur plusieurs pistons d'une trompette ?

En théorie, quand on appuie simultanément sur deux ou trois pistons, le son ne varie pas selon la somme des intervalles correspondants.

En effet, quand on appuie sur deux ou trois pistons on additionne des longueurs individuelles de coulisses adaptées au tube fixe de la trompette alors qu'il faudrait multiplier à chaque fois la longueur totale du circuit d'air – c'est-à-dire de l'ensemble du tube fixe et des coulisses des pistons déjà enfoncés - en proportion de l'augmentation désirée de la longueur de l'onde sonore. C'est comme pour de l'argent placé en banque dont les intérêts de la deuxième année portent sur l'ensemble du placement initial et des intérêts de la première année.

Par exemple pour le Ré3, on part de l'harmonique du Sol3 et on doit abaisser le son de cinq demi-tons. Il faut donc allonger le circuit d'air de ($2^{5/12}$ – 1) = 0,335 fois la longueur du tube. Or quand on appuie simultanément sur le premier et sur le troisième piston, la longueur du circuit d'air n'est allongée que de (0,122 + 0,189) = 0,311 fois sa longueur. C'est la raison pour laquelle il faut allonger la coulisse du troisième piston pour obtenir un Ré3 juste.

Les longueurs des coulisses du premier piston et du troisième piston sont calculées afin d'agir avec justesse sur le circuit d'air de la trompette mais uniquement individuellement, c'est-à-dire avec un seul piston enfoncé, en l'occurrence dans cet exemple, pour obtenir respectivement un Fa3 et un Mi3 justes à partir de l'harmonique du Sol3

Précisément et en théorie pour obtenir un Ré3, il faut par conséquent régler la coulisse du troisième piston en l'allongeant de (0,335-0,311) x 147,5cm soit 3,54cm.

Le problème se pose d'ailleurs d'une manière similaire pour le Mi3 et le La3, pour lesquels les musiciens enfoncent, vraisemblablement pour des raisons de commodité, simultanément le piston (1) et le piston (2) alors que, physiquement parlant, il serait plus juste d'agir sur le seul piston (3).

Nous imaginons que l'utilisation des coulisses et des pistons est dans la réalité le meilleur compromis issu de la pratique des musiciens. Les pistons agissent alors de manière un peu fausse mais pas trop fausse. Ainsi, les musiciens peuvent corriger en ajustant les sons par leur façon d'émettre des vibrations dans l'embouchure ou bien, si cela ne suffit pas, en allongeant les coulisses du premier ou du troisième piston.