

Dimensions exactes des formats A

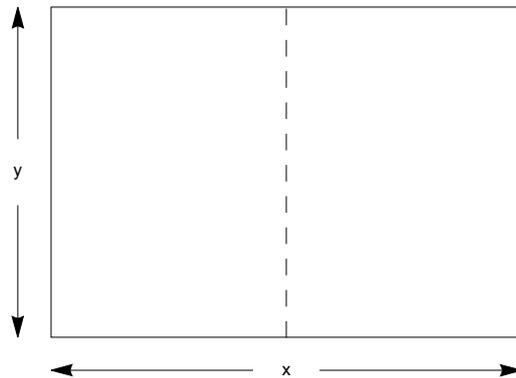
Marcel Déléze

Définition des formats A0, A1, A2, A3, A4, A5, A6, ...

La suite des formats A0, A1, A2, A3, A4, A5, A6, ... est telle que

- ⊙ lorsqu' on coupe une feuille A0 en deux, on obtient deux feuilles A1; lorsqu' on coupe une feuille A1 en deux, on obtient deux feuilles A2, et ainsi de suite;
- ⊙ en orientation paysage, toutes les feuilles de la suite ont le même ratio d'aspect (c'est-à-dire le même rapport $r = \frac{\text{grande dimension}}{\text{petite dimension}}$), ce qui exprime que toutes les feuilles de formats A ont la même forme;
- ⊙ la feuille A0 a une aire de 1 m^2 .

Calcul du ratio d'aspect



Considérons une feuille dont le ratio d'aspect est $r = \frac{x}{y}$. Les dimensions d'une demi-feuille sont y pour sa grande dimension et $\frac{x}{2}$ pour sa petite; le ratio d'aspect de la demi-feuille est donc

$$r = \frac{y}{\frac{x}{2}} = 2\frac{y}{x} = \frac{2}{r}$$

$$r^2 = 2$$

$$r = \sqrt{2} = 1.41421356$$

La forme des feuilles de formats A est ainsi définie: en multipliant la petite dimension par $\sqrt{2}$, on obtient la grande dimension:

$$x = \sqrt{2}y$$

Calcul des dimensions exactes du format A0

Nous partons du fait que l'aire d'une feuille A0 est $s[0] = 1m^2$.

$$xy = 1 \text{ où } x = \sqrt{2}y$$

$$(\sqrt{2}y)y = 1$$

$$\sqrt{2}y^2 = 1$$

$$y^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y[0] = y = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{2^{1/4}} = 0.840896 \text{ [mètre]}$$

$$x[0] = x = \sqrt{2}y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{2} = 2^{1/4} = 1.18921 \text{ [mètre]}$$

Calcul des dimensions exactes du format A1

L'aire de la feuille A1 est égale à la moitié de celle de la feuille A0:

$$s[1] = \frac{1}{2}s[0] = 0.5 \text{ [mètre carré]}$$

La grande dimension de la feuille A1 est égale à la petite dimension de la feuille A0:

$$x[1] = y[0] = \frac{1}{2^{1/4}} = 0.840896 \text{ [mètre]}$$

La petite dimension de la feuille A1 est égale à la moitié de la grande dimension de la feuille A0:

$$y[1] = \frac{1}{2}x[0] = \frac{1}{2}2^{1/4} = \frac{1}{2^{3/4}} = 0.594604 \text{ [mètre]}$$

Passage du format A[n] au format A[n+1]: homothétie de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Lorsqu'on coupe une feuille en deux, ses dimensions linéaires sont divisées par $\sqrt{2}$:

$$x[n+1] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[n]$$

$$y[n+1] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[n]$$

tandis que son aire est divisée par 2

$$s[n+1] = x[n+1]y[n+1] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[n]\frac{1}{\sqrt{2}}y[n] = \frac{1}{2}x[n]y[n] = \frac{1}{2}s[n]$$

Dimensions exactes du format A2

$$s[2] = \frac{1}{2}s[1] = \frac{1}{2}\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ [mètre carré]}$$

$$x[2] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[1] = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2^{1/4}} = \frac{1}{2^{1/2}}\frac{1}{2^{1/4}} = \frac{1}{2^{3/4}} = 0.594604 \text{ [mètre]}$$

$$y[2] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[1] = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2^{3/4}} = \frac{1}{2^{1/2}}\frac{1}{2^{3/4}} = \frac{1}{2^{5/4}} = 0.420448 \text{ [mètre]}$$

Dimensions exactes du format A3

$$s[3] = \frac{1}{2}s[2] = \frac{1}{2} \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ [mètre carré]}$$

$$x[3] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[2] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{3/4}} = \frac{1}{2^{5/4}} = 0.420448 \text{ [mètre]}$$

$$y[3] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[2] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{5/4}} = \frac{1}{2^{7/4}} = 0.297302 \text{ [mètre]}$$

Dimensions exactes du format A4

$$s[4] = \frac{1}{2}s[3] = \frac{1}{2} \frac{1}{8} = \frac{1}{16} = 0.0625 \text{ [mètre carré]}$$

$$x[4] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[3] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{5/4}} = \frac{1}{2^{7/4}} = 0.297302 \text{ [mètre]}$$

$$y[4] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[3] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{7/4}} = \frac{1}{2^{9/4}} = 0.210224 \text{ [mètre]}$$

Dimensions exactes du format A5

$$s[5] = \frac{1}{2}s[4] = \frac{1}{2} \frac{1}{16} = \frac{1}{32} = 0.03125 \text{ [mètre carré]}$$

$$x[5] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[4] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{7/4}} = \frac{1}{2^{9/4}} = 0.210224 \text{ [mètre]}$$

$$y[5] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[4] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{9/4}} = \frac{1}{2^{11/4}} = 0.148651 \text{ [mètre]}$$

Dimensions exactes du format A6

$$s[6] = \frac{1}{2}s[5] = \frac{1}{2} \frac{1}{32} = \frac{1}{64} = 0.015625 \text{ [mètre carré]}$$

$$x[6] = \frac{1}{\sqrt{2}}x[5] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{9/4}} = \frac{1}{2^{11/4}} = 0.148651 \text{ [mètre]}$$

$$y[6] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[5] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2^{11/4}} = \frac{1}{2^{13/4}} = 0.105112 \text{ [mètre]}$$

Formules des dimensions exactes

Aire d'une feuille de format A[n]

$$s[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n s[0] = \frac{1}{2^n}$$

Longueur (ou grande dimension) d'une feuille de format A[n]

$$x[n] = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n x[0] = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sqrt[4]{2} = \frac{1}{2^{n/2}} 2^{1/4} = \frac{1}{2^{(2n-1)/4}}$$

Largeur (ou petite dimension) d'une feuille de format A[n]

$$y[n] = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n y[0] = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{2^{n/2}} \frac{1}{2^{1/4}} = \frac{1}{2^{(2n+1)/4}}$$

Tableau des dimensions exactes

Format	Aire [m ²]	Longueur [m]	Largeur [m]
A0	1	$2^{1/4}$	$\frac{1}{2^{1/4}}$
A1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2^{1/4}}$	$\frac{1}{2^{3/4}}$
A2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2^{3/4}}$	$\frac{1}{2 \cdot 2^{1/4}}$
A3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2 \cdot 2^{1/4}}$	$\frac{1}{2 \cdot 2^{3/4}}$
A4	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2 \cdot 2^{3/4}}$	$\frac{1}{4 \cdot 2^{1/4}}$
A5	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4 \cdot 2^{1/4}}$	$\frac{1}{4 \cdot 2^{3/4}}$
A6	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{4 \cdot 2^{3/4}}$	$\frac{1}{8 \cdot 2^{1/4}}$
A7	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{8 \cdot 2^{1/4}}$	$\frac{1}{8 \cdot 2^{3/4}}$
A8	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{8 \cdot 2^{3/4}}$	$\frac{1}{16 \cdot 2^{1/4}}$

Tableau des dimensions numériques

Format	Aire [cm ²]	Longueur [cm]	Largeur [cm]
A0	10000.00	118.92	84.09
A1	5000.00	84.09	59.46
A2	2500.00	59.46	42.04
A3	1250.00	42.04	29.73
A4	625.00	29.73	21.02
A5	312.50	21.02	14.87
A6	156.25	14.87	10.51
A7	78.13	10.51	7.43
A8	39.06	7.43	5.26

Lien vers la page mère:

[Physique dans la culture générale](http://www.deleze.name/marcel/physique/index.html)

www.deleze.name/marcel/physique/index.html