

Mathématiques du cadran solaire horizontal

Graduation pour le temps solaire moyen

La formule du cadran horizontal

Pour les cadrans solaires donnant le temps solaire moyen, le mouvement du soleil est supposé circulaire uniforme. Le paramètre t , appelé angle horaire, est

t = angle entre le méridien du lieu et le méridien du soleil.

Pour traduire l'angle horaire t [en radians] en heures de temps solaire moyen h [en heures], on pose

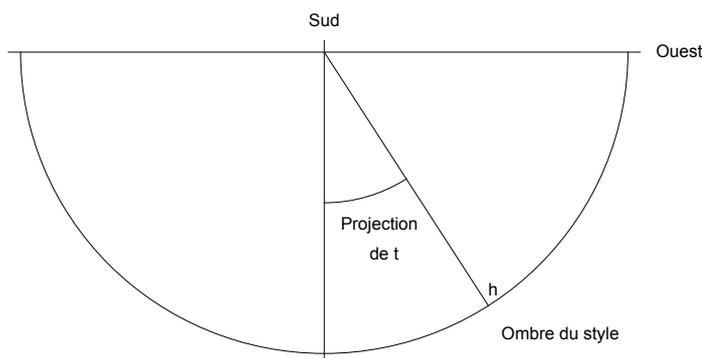
$$t = \frac{h - 12}{12} \pi$$

Après la projection du style sur le plan horizontal d'un lieu de latitude ϕ , voici la situation : dans le repère orthonormé direct (Est, Nord), un vecteur directeur de la droite horaire de l'ombre du style est

$$\begin{pmatrix} \sin(\phi) \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix}$$

Nous préférons le tourner d'un demi-tour, ce qui donne, dans le repère orthonormé direct (Ouest, Sud),

$$\begin{pmatrix} -\sin(\phi) \sin(t) \\ -\cos(t) \end{pmatrix}$$



Graduation du cadran en fonction de la latitude

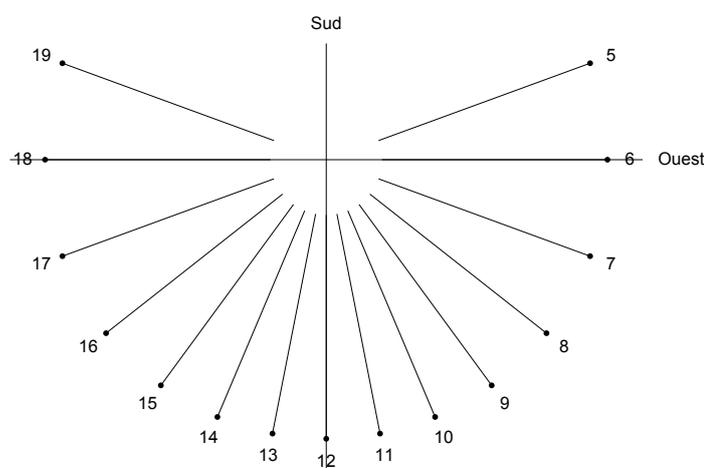
En divisant les vecteurs directeurs par leurs normes respectives, on obtient des vecteurs unitaires :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{(\sin(\phi) \sin(t))^2 + \cos^2(t)}} \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \sin(t) \\ -\cos(t) \end{pmatrix}$$

Par exemple, pour la latitude $\phi = 46^\circ 39' 30''$, on construit une liste de repères pour graduer le cadran en heures :

Heure	x	y
5	0.938341	0.345712
6	1.	0.
7	0.938341	-0.345712
8	0.783211	-0.621756
9	0.588172	-0.808736
10	0.387148	-0.922018
11	0.191274	-0.981537
12	0.	-1.
13	-0.191274	-0.981537
14	-0.387148	-0.922018
15	-0.588172	-0.808736
16	-0.783211	-0.621756
17	-0.938341	-0.345712
18	-1.	0.
19	-0.938341	0.345712

Dans le graphique, les repères sont représentés par des points.



Graduation pour l'heure légale

L'heure légale est celle du fuseau horaire du lieu :

UTC+1 correspond à la longitude 15° E

UTC+2 correspond à la longitude 30° E

Il faut apporter une correction $\Delta t =$ (" **correction de longitude**" en heures) qui est égale à la différence entre $\lambda =$ (longitude lieu) et $\lambda_{\text{ref}} =$ (longitude de référence du fuseau horaire de l'heure légale) :

$$\Delta t = (\lambda - \lambda_{\text{ref}}) \frac{12}{180}$$

Par exemple, pour la longitude 7° 3' 34" E, dans le fuseau horaire à l'heure d'été UTC+2, la correction de longitude en degrés (et fraction décimale du degré) vaut

$$(7 + 3/60 + 34/3600)^\circ - 30^\circ = -22.9406^\circ$$

Sachant que 15° de différence de longitude correspondent à 60 minutes de temps, nous obtenons, dans notre exemple, une différence temporelle de -91.7622 minutes.

Graduation pour le temps solaire vrai

Il faut apporter une correction dénommée "**équation du temps**" qui varie au fil de l'année et dont les causes sont

- la trajectoire de la terre autour du soleil n'est pas un cercle, mais une ellipse ; c'est pourquoi le mouvement apparent du soleil dans le ciel n'est pas uniforme ;
- l'attraction exercée par la lune modifie quelque peu la direction de l'axe de la terre.

La table ci-dessous donne la correction, en minutes (et fractions décimales de la minute) à apporter pour chaque jour de l'année. Les numéros des colonnes, de 1 à 12, indiquent les mois. Les numéros de lignes, de 1 à 31, indiquent le quantième.

Le signe utilisé ici est celui en vigueur dans les pays anglo-saxons (et qui est contraire à la convention de signe en France) : pour obtenir l'heure du soleil vrai, il faut, à l'heure du soleil moyen, ajouter l'équation du temps.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-3.45	-13.62	-12.45	-3.95	2.93	2.32	-3.68	-6.25	-0.03	10.27	16.37	11.
2	-3.92	-13.73	-12.25	-3.67	3.05	2.17	-3.87	-6.18	0.28	10.58	16.4	10.62
3	-4.38	-13.85	-12.03	-3.37	3.15	2.	-4.07	-6.12	0.6	10.9	16.4	10.23
4	-4.83	-13.97	-11.82	-3.07	3.25	1.83	-4.25	-6.03	0.93	11.2	16.4	9.83
5	-5.28	-14.05	-11.6	-2.78	3.35	1.67	-4.43	-5.93	1.27	11.5	16.37	9.43
6	-5.73	-14.12	-11.37	-2.5	3.43	1.48	-4.6	-5.83	1.6	11.8	16.33	9.02
7	-6.17	-14.18	-11.13	-2.22	3.5	1.3	-4.77	-5.72	1.93	12.1	16.28	8.58
8	-6.6	-14.23	-10.9	-1.93	3.57	1.12	-4.93	-5.6	2.28	12.38	16.23	8.15
9	-7.03	-14.27	-10.65	-1.65	3.62	0.92	-5.08	-5.47	2.62	12.65	16.15	7.7
10	-7.43	-14.3	-10.38	-1.38	3.67	0.72	-5.22	-5.32	2.97	12.93	16.07	7.25
11	-7.83	-14.3	-10.13	-1.12	3.7	0.52	-5.35	-5.17	3.32	13.18	15.97	6.8
12	-8.23	-14.3	-9.87	-0.85	3.72	0.32	-5.48	-5.	3.67	13.45	15.85	6.33
13	-8.62	-14.28	-9.6	-0.58	3.73	0.12	-5.62	-4.83	4.02	13.68	15.72	5.87
14	-8.98	-14.27	-9.32	-0.33	3.73	0.08	-5.73	-4.65	4.38	13.93	15.57	5.4
15	-9.35	-14.22	-9.03	0.08	3.73	-0.3	-5.83	-4.45	4.73	14.15	15.4	4.92
16	-9.7	-14.17	-8.75	0.15	3.72	-0.52	-5.93	-4.25	5.08	14.37	15.23	4.43
17	-10.03	-14.12	-8.47	0.38	3.7	-0.73	-6.02	-4.05	5.45	14.58	15.05	3.95
18	-10.37	-14.03	-8.17	0.62	3.67	-0.95	-6.1	-3.83	5.8	14.78	14.83	3.45
19	-10.68	-13.95	-7.88	0.85	3.63	-1.17	-6.18	-3.6	6.15	14.97	14.62	2.97
20	-10.98	-13.85	-7.58	1.07	3.58	-1.38	-6.25	-3.37	6.52	15.15	14.4	2.47
21	-11.27	-13.73	-7.28	1.27	3.52	-1.6	-6.3	-3.13	6.87	15.32	14.15	1.97
22	-11.55	-13.62	-6.98	1.47	3.45	-1.82	-6.33	-2.88	7.22	15.47	13.88	1.47
23	-11.82	-13.48	-6.68	1.67	3.38	-2.03	-6.37	-2.63	7.57	15.62	13.62	0.97
24	-12.07	-13.35	-6.38	1.85	3.3	-2.25	-6.4	-2.37	7.92	15.75	13.33	0.47
25	-12.3	-13.2	-6.08	2.03	3.2	-2.47	-6.42	-2.1	8.25	15.87	13.03	0.03
26	-12.53	-13.03	-5.77	2.2	3.1	-2.67	-6.42	-1.82	8.6	15.98	12.73	-0.53
27	-12.75	-12.87	-5.47	2.37	2.98	-2.88	-6.42	-1.53	8.93	16.08	12.4	-1.02
28	-12.95	-12.68	-5.17	2.52	2.87	-3.08	-6.4	-1.25	9.27	16.17	12.07	-1.52
29	-13.13	-12.57	-4.53	2.67	2.73	-3.3	-6.38	-0.95	9.6	16.23	11.73	-2.
30	-13.3		-4.23	2.8	2.6	-3.5	-6.35	-0.65	9.93	16.28	11.37	-2.48
31	-13.47		-4.25		2.47		-6.3	-0.35		16.33		-2.97

Établissement des formules du cadran solaire horizontal

www.deleze.name/marcel/physique/cadrams-solaires/horizontaux/maths/proj-horiz.pdf

Lien vers la page mère : [Cadrans solaires](#)

www.deleze.name/marcel/physique/cadrams-solaires/