Ballon dirigeable souple à masse de gaz constante (hélium) ayant un volume total d'enveloppe constant, équipé de ballonnets Air ventilés

Force ascensionnelle

Marcel Délèze, Stephane Rousson

1. Caractéristiques du ballon

Ces caractéristiques sont fournies par le constructeur :

$V_{enveloppe}$ = volume total de l'enveloppe qui contient l'hélium et l'air des ballonnets. Ce volume est constant

$V_{max\ ballonnets}$ = volume maximal des ballonnets

p_{su} = surpression d'utilisation de l'hélium par rapport à la pression atmosphérique, afin d'assurer une certaine rigidité de l'enveloppe

$M_{à\ vide}$ = masse à vide du ballon qui comprend essentiellement l'enveloppe, la nacelle et les structures du ballon ; mais elle n'inclut ni la masse offerte, ni les gaz.

2. Une donnée de gonflage

Donner l'une des valeurs suivantes qui, chacune, caractérise entièrement le gonflage :

- $\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}$ = rapport des volumes « hélium/total » aux conditions atmosphériques standard
- V_{He} = volume de l'hélium, en m^3, aux conditions atmosphériques standard
- $V_{ballonnets\ standard}$ = volume des ballonnets d'air aux conditions atmosphériques standard
- $\frac{V_{ballonnets\ standard}}{V_{enveloppe}}$ = rapport des volumes « ballonnets/total » aux conditions atmosphériques standard
- $\frac{V_{ballonnets\ standard}}{V_{max\ ballonnets}}$ = taux de remplissage des ballonnets aux conditions atmosphériques standard
- n_{He} = nombre de moles d'hélium
- M_{He} = masse de l'hélium, en kg

3. Données du jour du vol

3.1 Mesures au sol

$p_1 =$ pression atmosphérique ; il s'agit de la pression non corrigée, c'est-à-dire qui n'est pas ramenée à l'altitude 0 ;

$t_1 =$ température de l'air en degrés Celsius ; $T_1 = t_1 + 273.15\,K$;

$H_1 =$ humidité relative de l'air ;

$z_1 =$ altitude du lieu des mesures ; elle peut provenir d'un GPS ou d'une carte topographique, mais pas d'un altimètre basé sur la mesure de la pression

$M_{offerte} =$ masse offerte (passagers, équipement, etc)

4. Altitude de plénitude, lois physiques

4.1 Rapport des volumes « hélium/total »

Quelque soit le choix de la donnée de gonflage, le rapport des volumes « hélium/total » est calculé.

Si le volume de l'hélium est donné, le rapport des volumes « hélium/total » s'en déduit immédiatement :

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = V_{He}/V_{enveloppe}$$

Si le volume des ballonnets est donné, le rapport des volumes « hélium/total » s'en déduit :

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = (V_{enveloppe} - V_{ballonnets})/V_{enveloppe}$$

Si le rapport des volumes « ballonnets/total » est donné, le rapport des volumes « hélium/total » s'en déduit :

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 1 - \frac{V_{ballonnets}}{V_{enveloppe}}$$

Si le taux de remplissage des ballonnets est donné, on en déduit le volume des ballonnets, puis le rapport des volumes « hélium/total » :

$$V_{ballonnets} = \left(\frac{V_{ballonnets}}{V_{max\ \ ballonnets}}\right) \cdot V_{max\ \ ballonnets}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = (V_{enveloppe} - V_{ballonnets})/V_{enveloppe}$$

Si le nombre de moles est donné, on en déduit, au moyen de la loi des gaz parfaits, le volume de l'hélium, puis le rapport des volumes « hélium/total » :

$V_{He} = \dfrac{n_{He} \cdot R \cdot T_{standard}}{p_{standard} + p_{su}}$ où la constante des gaz parfaits vaut $R = 8.3144621\, J\, mol^{-1}\, K^{-1}$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = V_{He}/V_{enveloppe}$$

Si la masse de l'hélium est donnée, on en déduit successivement le nombre de moles, le volume de l'hélium, puis le rapport des volumes :

$n_{He} = \dfrac{M_{He}}{m_{He}}$ où la masse molaire de l'hélium vaut $m_{He} = 0.004002602\, kg\, mol^{-1}$

$V_{He} = \dfrac{n_{He} \cdot R \cdot T_{standard}}{p_{standard} + p_{su}}$ où la constante des gaz parfaits vaut $R = 8.3144621\, J\, mol^{-1}\, K^{-1}$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = V_{He}/V_{enveloppe}$$

4.2 Le modèle du nivellement barométrique

Le modèle du nivellement barométrique est décrit dans www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/pression-altitude.pdf

a = gradient de température ;

M, g, R = masse molaire de l'air, accélération gravifique, constante des gaz parfaits.

La pression et la température sont des valeurs moyennes, donc indépendantes des conditions météorologiques du jour, que l'on peut exprimer comme suit :

$p_{nivel}(z) = p_{standard} \cdot \left(1 - \dfrac{a}{T_{standard}} \cdot z\right)^{\frac{M \cdot g}{R \cdot a}}$ = pression atmosphérique à l'altitude z

$T_{nivel}(z) = T_{standard} - a \cdot z$ = température de l'air à l'altitude z

4.3 Modèle retenu pour l'atmosphère du jour

La pression et la température sont adaptées aux conditions atmosphériques du jour :

$p(z) = p_1 \cdot \left(1 - \dfrac{a}{T_0}(z - z_1)\right)^{\frac{M \cdot g}{R \cdot a}}$ = pression atmosphérique à l'altitude z [*Formule 4.3 a*]

$T(z) = T_1 - a \cdot (z - z_1)$ = température de l'air à l'altitude z [*Formule 4.3 b*]

4.4 Volume de l'hélium, volume des ballonnets à l'altitude z

$V_{He}(z, t_s)$ = volume de l'hélium aux conditions atmosphériques du jour en fonction de l'altitude *z* et la surchauffe t_s .

La quantité d'hélium étant constante, calculons, au moyen de la loi des gaz parfaits, l'évolution du volume de l'hélium entre les conditions atmosphériques standard et le jour du vol à l'altitude *z* :

$$\frac{(p_{standard}+p_{su})\cdot V_{He}}{T_{standard}} = \frac{(p(z)+p_{su})\cdot V_{He}(z, t_s)}{T(z)+t_s} .$$

On en déduit le volume de l'hélium en fonction de l'altitude *z* et la surchauffe t_s :

$$V_{He}(z, t_s) = \frac{(p_{standard}+p_{su})\cdot V_{He}\cdot(T(z)+t_s)}{(p(z)+p_{su})\cdot T_{standard}} \qquad [Formule\ 4.4\ a]$$

ainsi que le volume des ballonnets à l'altitude *z* :

$$V_{ballonnets}(z, t_s) = V_{enveloppe} - V_{He}(z, t_s) \qquad [Formule\ 4.4\ b]$$

4.5 Altitude de plénitude du jour, avant correction d'humidité

Dans la [*Formule 4.4 b*], l'altitude *z* doit respecter la condition $V_{ballonnets}(z, t_s) \geq 0$, ce qui plafonne l'altitude à l'altitude de plénitude $z \leq z_{plén}(t_s)$.

À l'altitude de plénitude, les ballonnets d'air sont vides et l'hélium occupe tout le volume de l'enveloppe. Ainsi, $z_{plén}(t_s)$ est la solution de l'équation d'inconnue *z* que l'on obtient en exprimant que l'hélium obéit à la loi des gaz parfaits :

$$\frac{(p_{standard}+p_{su})\cdot V_{He}}{T_{standard}} = \frac{(p(z)+p_{su})\cdot V_{enveloppe}}{T(z)+t_s}$$

ou, d'une manière équivalente,

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}\cdot\frac{T(z)+t_s}{T_{standard}} = \frac{p(z)+p_{su}}{p_{standard}+p_{su}} \qquad [Formule\ 4.5]$$

que l'on peut résoudre au moyen d'une méthode numérique itérative, par exemple avec la méthode de Newton ; voir [*Annexes A1-A4*]. On obtient ainsi

$z_{plén,m}$ = altitude de plénitude moyenne du jour, avant correction d'humidité

4.5 Correction d'humidité

Voir [*Annexe A4*]. Il en résulte

$z_{plén,h}$ = altitude de plénitude du jour, qui est la réponse finale.

5. Force ascensionnelle, lois physiques

5.1 Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air est une fonction de la pression atmosphérique p_{atm} , la température $T = t + 273.15\,K$ et l'humidité relative H_r :

$$\rho_{air}(p_{atm}, T, H_r) = \frac{1-0.37731\cdot H_r\cdot p_{sat}(t)/p_{atm}}{287.06\,J\,kg^{-1}K^{-1}}\cdot\frac{p_{atm}}{T} \qquad [Formule\ 5.1]$$

Référence : Wikipedia, rubrique « Masse volumique de l'air ». La fonction $p_{sat}(t)$, déterminée par interpolation dans une table de données numériques, est ici définie pour les températures $t \leq 50°C$ (voir annexe B1).

5.2 Masse ascensionnelle

Si, de la poussée d'Archimède (ou portance aérostatique), on retranche le poids du ballon, on obtient la force ascensionnelle :

$$F_{asc} = \rho_{air} \cdot V_{total} \cdot g - M_{tot} \cdot g$$

La masse totale du ballon M_{tot} comprend tous les éléments du ballon : l'hélium, l'air des ballonnets, l'enveloppe, la structure, et les charges embarquées.

Le volume total du ballon V_{total} est essentiellement celui de l'enveloppe qui contient l'hélium et l'air des ballonnets ; il comprend aussi de droit les volumes de la nacelle et des charges embarquées ; mais en général, ceux-ci peuvent être négligés en regard du volume des gaz :

$$V_{total} \approx V_{enveloppe}$$

À titre d'exemple, la masse volumique du corps humain étant proche de celle de l'eau, le volume d'un passager de 80 kg est de $0.08\,m^3$, ce qui ne représente, pour un ballon de $200\,m^3$, que 0.04 % du volume des gaz.

En divisant par g la formule de la force ascensionnelle, on obtient la masse ascensionnelle, c'est-à-dire la portance aérostatique en kg :

$$M_{asc} = \rho_{air} \cdot V_{enveloppe} - M_{tot} \qquad [\mathit{Formule\ 5.2}]$$

La dépendance à l'altitude de cette grandeur sera examinée ci-après. La masse ascensionnelle est la masse qui, ajoutée à la masse totale, apporterait au ballon l'équilibre à l'altitude considérée.

5.3 Masses en fonction de l'altitude z

La masse de l'air déplacé dans la poussée d'Archimède est une fonction de l'altitude z

$$M_{Arch}(z) = \rho_{air}(p(z), T(z), H(z)) \cdot V_{enveloppe} \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ a}]$$

La masse solide du ballon comprend la masse à vide et la masse offerte :

$$M_{solide} = M_{\grave{a}\ vide} + M_{offerte} \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ b}]$$

La partie constante de la masse du ballon est

$$M_{const} = M_{solide} + M_{He} \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ c}]$$

La partie variable de la masse du ballon est égale à la masse de l'air contenu dans les ballonnets ; celle ci s'exprime en fonction de l'altitude et la surchauffe (z, t_s) ; la surchauffe intervient dans le volume des ballonnets, mais pas dans la température de l'air des ballonnets, car ceux-ci sont ventilés :

$$M_{ballonnets}(z, t_s) = \rho_{air}(p(z) + p_{su}, T(z), H(z)) \cdot V_{ballonnets}(z, t_s) \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ d}]$$

La masse totale est la somme des parties constante et variable de la masse :

$$M_{tot}(z, t_s) = M_{const} + M_{ballonnets}(z, t_s) \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ e}]$$

La masse ascensionnelle est

$$M_{asc}(z) = M_{Arch}(z) - M_{tot}(z) \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ f}]$$

Par une métaphore comptable, on peut considérer la masse ascensionnelle comme un solde pour balance, c'est-à-dire une masse d'équilibrage :

$$M_{Arch}(z) = M_{const} + M_{ballonnets}(z, t_s) + M_{asc}(z, t_s) \qquad [\mathit{Formule\ 5.3\ g}]$$

6. Calculs et résultats

6.1 Caractéristiques du gonflage

À partir du rapport des volumes « hélium/total », on calcule

- $V_{He} = \left(\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}\right) \cdot v_{enveloppe}$ = volume de l'hélium aux conditions atmosphériques standard
- $V_{ballonnets\ \ standard} = V_{enveloppe} - V_{He}$ = volume des ballonnets aux conditions atmosphériques standard

- $\dfrac{V_{ballonnets\ \ standard}}{V_{enveloppe}}$ = rapport des volumes « ballonnets/total » aux conditions atmosphériques standard
- $\dfrac{V_{ballonnets\,standard}}{V_{max\,ballonnets}}$ = taux de remplissage des ballonnets aux conditions atmosphériques standard
- $n_{He} = \dfrac{(p_{standard}+p_{su})\cdot V_{He}}{R\cdot T_{standard}}$ = nombre de moles d'hélium, où la constante des gaz parfaits vaut $R = 8.3144621\,J\,mol^{-1}\,K^{-1}$
- $M_{He} = m_{He}\cdot n_{He}$ = masse de l'hélium, où la masse molaire de l'hélium vaut $m_{He}=0.004002602\,kg\,mol^{-1}$

6.2 Résultats

Afficher les valeurs calculées par les formules [*5.3 a, c, d, e*], ainsi que le taux de remplissage des ballonnets $\dfrac{V_{ballonnets}(z_1, t_s)}{V_{max\ ballonnets}}$ pour différentes valeurs de z, dont $z1$.

7. Calculateur numérique

Un calculateur en ligne est à disposition :

www.deleze.name/marcel/physique/aerostat/helium/ascensionnel.html

A1 Formule explicite d'une valeur de démarrage pour calculer l'altitude moyenne de plénitude

Hypothèse : les conditions atmosphériques sont standard, la surpression est nulle, la surchauffe est nulle et l'humidité relative est nulle.

Le but de cette approximation est de disposer d'une valeur de démarrage pour amorcer les méthodes itératives numériques.

Si $p_{su}=0$ et $t_s=0$, la [*Formule 4.5*] se laisse simplifier

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}\cdot\frac{T(z)}{T_{standard}} = \frac{p(z)}{p_{standard}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}\cdot\frac{T_{standard}-a\cdot z}{T_{standard}} = \frac{p_{standard}\cdot(1-\frac{a}{T_{standard}}\cdot z)^{\frac{M\cdot g}{R\cdot a}}}{p_{standard}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}\cdot(1-\frac{a}{T_{standard}}\cdot z) = (1-\frac{a}{T_{standard}}\cdot z)^{\frac{M\cdot g}{R\cdot a}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = (1-\frac{a}{T_{standard}}\cdot z)^{-1+\frac{M\cdot g}{R\cdot a}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = (1-\frac{a}{T_{standard}}\cdot z)^{\frac{M\cdot g-R\cdot a}{R\cdot a}}$$

On peut en tirer une formule explicite pour *z*

$$(\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}})^{\frac{R\cdot a}{M\cdot g-R\cdot a}} = 1-\frac{a}{T_{standard}}\cdot z$$

$$\frac{a}{T_{standard}}\cdot z = 1 - (\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}})^{\frac{R\cdot a}{M\cdot g-R\cdot a}}$$

$$z = \frac{T_{standard}}{a}\cdot[1 - (\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}})^{\frac{R\cdot a}{M\cdot g-R\cdot a}}] \qquad \textit{[Formule explicite A1.1]}$$

Numériquement,

$a=0.0065\,K/m\,;T_0=288.15\,K\,;p_0=101325\,Pa\,;M=0.0289644\,kg\,mol^{-1}$

$g=9.80665\,ms^{-2}\,;R=8.3144621\,J\,mol^{-1}K^{-1}\,;$

$zexplicite(x) = 44330.8\cdot(1-x^{0.234974})$ en mètres

$z = zexplicite(\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}})$ [*Formule explicite A1.2*]

$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}$	Altitude de plénitude de démarrage
0.7	3'564 m
0.72	3'293 m
0.74	3'028 m
0.76	2'768 m
0.78	2'514 m
0.8	2'265 m

A2 Méthode itérative numérique pour l'altitude moyenne de plénitude

Le but est de fournir une caractéristique du ballon indépendante des conditions météorologiques. Pour ce faire, on tient compte de la surpression d'utilisation p_{su} , on se place dans des conditions standard $p_1 = p_{standard}$, $T_1 = T_{standard}$, et on néglige la surchauffe et l'humidité relative : $t_s = 0$ et $H_1 = 0$. L'équation [*Formule 4.5*] s'écrit alors :

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_{standard} - a \cdot z}{T_{standard}} = \frac{p_{standard} \cdot \left(1 - \frac{a}{T_{standard}} z\right)^{\frac{M \cdot g}{R \cdot a}} + p_{su}}{p_{standard} + p_{su}} \qquad [\textit{Formule A2}]$$

La méthode utilisée est celle de Newton (référence : Wikipedia, rubrique Méthode de Newton).
La valeur de démarrage est fournie par la [*Formule explicite A1.2*].
La réponse est systématiquement vérifiée : un message d'erreur apparaît si la valeur absolue de la différence entre les deux membres de l'équation [*Formule A2*] dépasse 10^{-9} .

	$p_{su} = 100\,Pa$	$p_{su} = 270\,Pa$	$p_{su} = 440\,Pa$	$p_{su} = 610\,Pa$
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.7$	3'570 m	3'579 m	3'587 m	3'596 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.71$	3'433 m	3'442 m	3'450 m	3'459 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.72$	3'298 m	3'306 m	3'315 m	3'323 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.73$	3'165 m	3'173 m	3'180 m	3'188 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.74$	3'033 m	3'040 m	3'048 m	3'055 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.75$	2'902 m	2'909 m	2'916 m	2'923 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.76$	2'773 m	2'779 m	2'786 m	2'793 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.77$	2'645 m	2'651 m	2'657 m	2'664 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.78$	2'518 m	2'524 m	2'530 m	2'536 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.79$	2'392 m	2'398 m	2'403 m	2'409 m
$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = 0.8$	2'268 m	2'273 m	2'278 m	2'284 m

A3 Formule explicite d'une valeur de démarrage pour les conditions atmosphériques du jour

Hypothèse : les conditions atmosphériques sont celles du jour, la surpression est nulle, la surchauffe est nulle et l'humidité relative est nulle.
Le but de cette approximation est de disposer d'une valeur de démarrage pour amorcer les méthodes itératives numériques.
La température dans le modèle de l'atmosphère du jour

$$T(z) = T_1 - a \cdot (z - z_1) \quad \text{= température de l'air à l'altitude } z \qquad [\textit{Formule 4.3 b}]$$

est remplacée par l'approximation

$$T(z) = T_1 - \frac{T_1}{T_{standard}} \cdot a \cdot (z - z_1) = T_1 \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1)) \qquad [Formule\ A3.1]$$

Si, de plus, $p_{su} = 0$ et $t_s = 0$, la [*Formule 4.5*] se laisse simplifier

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1))}{T_{standard}} = \frac{p_1 \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} (z - z_1))^{\frac{M g}{R a}}}{p_{standard}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1}{T_{standard}} \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1)) = \frac{p_1}{p_{standard}} \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1))^{\frac{M \cdot g}{R \cdot a}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1}{T_{standard}} = \frac{p_1}{p_{standard}} \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1))^{-1 + \frac{M \cdot g}{R \cdot a}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1}{T_{standard}} = \frac{p_1}{p_{standard}} \cdot (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1))^{\frac{M \cdot g - R \cdot a}{R \cdot a}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot p_{standard}}{T_{standard} \cdot p_1} = (1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1))^{\frac{M \cdot g - R \cdot a}{R \cdot a}}$$

On peut en tirer une formule explicite pour *z*

$$(\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot p_{standard}}{T_{standard} \cdot p_1})^{\frac{R \cdot a}{M \cdot g - R \cdot a}} = 1 - \frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1)$$

$$\frac{a}{T_{standard}} \cdot (z - z_1) = 1 - (\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot p_{standard}}{T_{standard} \cdot p_1})^{\frac{R \cdot a}{M \cdot g - R \cdot a}}$$

$$z - z_1 = \frac{T_{standard}}{a} \cdot (1 - (\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot p_{standard}}{T_{standard} \cdot p_1})^{\frac{R \cdot a}{M \cdot g - R \cdot a}})$$

$$z = z_1 + \frac{T_{standard}}{a} \cdot (1 - (\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot p_{standard}}{T_{standard} \cdot p_1})^{\frac{R \cdot a}{M \cdot g - R \cdot a}}) \qquad [Formule\ explicite\ A3.2]$$

Pour le calcul numérique, avec la fonction définie dans l'annexe A1,

$$z = z_1 + zexplicite(\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} \cdot \frac{T_1 \cdot p_{standard}}{T_{standard} \cdot p_1}) \quad \text{en mètres} \qquad [Formule\ explicite\ A3.3]$$

A4 Méthode itérative numérique pour l'altitude de plénitude moyenne du jour, avant correction d'humidité

Résolution numérique de l'équation [*Formule 4.5*] .
La méthode utilisée est celle de Newton.
La valeur de démarrage est donnée par la *[Formule explicite A3.3]*
Réponse : $z_{plén,m}$ = altitude de plénitude moyenne du jour, avant correction d'humidité.

La réponse est systématiquement vérifiée : un message d'erreur apparaît si la valeur absolue de la différence entre les deux membres de l'équation [*Formule 4.5*] dépasse 10^{-9} .

B1 Table numérique de la pression de saturation de la vapeur d'eau en fonction de la température

Température en degrés Celsius t	Pression de saturation de la vapeur d'eau en hPa $p_{sat}(t)$	Température en degrés Celsius t	Pression de saturation de la vapeur d'eau en hPa $p_{sat}(t)$
-60	0.001	24	29.83
-40	0.13	25	31.67
-20	1.03	26	33.6
-18	1.5	27	35.64
-15	1.9	28	37.8
-12	2.4	29	40.05
-10	2.6	30	42.43
-9	3	31	44.92
-7	3.7	32	47.55
-4	4.6	33	50.3
-1	5.6	34	53.19
0	6.11	35	56.23
2	7.06	36	59.41
4	8.13	37	62.75
6	9.35	38	66.25
8	10.73	39	69.92
10	12.28	40	73.75
11	13.12	41	77.78
12	14.02	42	81.99
13	14.97	43	86.39
14	15.98	44	91.01
15	17.05	45	95.83
16	18.18	46	100.86
17	19.37	47	106.12
18	20.63	48	111.60
19	21.97	49	117.35
20	23.38	50	123.34
21	24.87		
22	26.43		
23	28.09		

B2 Correction d'humidité

B2.1 Donnée

H_1 = humidité relative du jour, mesurée au sol.

B2.2 Pression de saturation de la vapeur d'eau

A partir de la « Table numérique de la pression de saturation de la vapeur d'eau en fonction de la température » (voir annexe B1), on construit par interpolation une fonction $p_{sat}(t)$ qui est définie pour toutes les températures $t \leq 50°C$.

B2.3 Point de rosée

Au sol, la pression de la vapeur d'eau est égale à $H_1 \cdot p_{sat}(t_1)$.

Le point de rosée t_{rose} est la température pour laquelle cette pression de vapeur est saturante, c'est-à-dire qui vérifie l'équation

$$p_{sat}(t_{rose}) = H_1 \cdot p_{sat}(t_1) \qquad [Formule\ B2.3]$$

B2.4 Altitude de la base des cumulus éventuels

Considérons le cas où, à la suite d'un réchauffement de la surface terrestre, des nuages se formeraient au cours de la journée. En adoptant cette évolution la plus défavorable, on prend une mesure de sécurité. La formule de *Stull*, dans laquelle les altitudes sont en mètres et les températures en degrés Celsius (ou en kelvins), donne l'altitude de la base des cumulus :

$$z_{cumulus} = z_1 + 125 * (t_1 - t_{rose}) \qquad [Formule\ B2.4]$$

B2.5 Humidité relative à l'altitude z

L'humidité relative à l'altitude *z* est calculée comme suit :

- si $z \geq z_{cumulus}$ alors $H(z) = H_{cumulus} = 100\ \%$;
- sinon, $H(z)$ est calculé par interpolation linéaire

$$H(z) = H_1 + (z - z_1) * (H_{cumulus} - H_1) / (z_{cumulus} - z_1) \qquad [Formules\ B2.5]$$

B2.6 Température virtuelle

La méthode de correction consiste à remplacer la température $T(z)$ par la température virtuelle $T_v(z)$ qui est la température qu'aurait l'air sec de même masse volumique et de même pression que l'air humide. Référence : Wikipedia, rubrique « Température virtuelle » :

$$T_v(z) = \frac{T(z)}{1 - 0.378 \cdot \frac{p_{eau}}{p(z)}} .$$

$p_{eau}(z)$ désigne la pression partielle de la vapeur d'eau

$$p_{eau}(z) = H(z) \cdot p_{sat}(T(z)) \qquad [Formule\ B2.6\ a]$$

Pour $z = z_{plén,m}$, calculons

$$c_{humid} = 1 - 0.378 \cdot \frac{p_{eau}(z_{plén,m})}{p(z_{plén,m})} \qquad [Formule\ B2.6\ b]$$

et la température virtuelle

$$T_v(z_{plén,m}) = \frac{T(z_{plén,m})}{c_{humid}} .$$

La différence de températures $\frac{T(z_{plén,m})}{c_{humid}} - T(z_{plén,m})$ ne sera que partiellement répercutée : le calcul de l'altitude de plénitude $z_{plén,m}$ se réfère à un étant moyen de l'atmosphère, ce qui inclut une part d'humidité, tandis que la température virtuelle apporte une correction par rapport à de l'air sec. C'est pourquoi nous ne prenons en compte que la moitié de la correction de température :

$$\delta T = 0.5 \cdot T(z_{plén,m}) \cdot \left(\frac{1}{c_{humid}} - 1\right) \qquad [Formule\ B2.6\ c]$$

B2.7 Correction d'altitude

T étant une fonction affine de *z*, la correction d'altitude correspondante est

$$\delta z = -\frac{\delta T}{a} \qquad [Formule\ B2.7\ a]$$

Cette correction s'applique à l'altitude de plénitude. Usuellement, la correction de température est positive, et la correction d'altitude est négative. La correction d'altitude est répartie uniformément sur la hauteur. L'altitude *z* corrigée est :

$$alt(z) = z + \delta z \cdot \frac{z - z_1}{z_{plén,m} - z_1} \qquad [Formule\ B2.7\ b]$$

B2.8 Affichage des résultats

La correction s'applique à l'altitude de plénitude, à la pression et à la température :

$z_{plén,h} = alt(z_{plén,m})$ = altitude de plénitude après correction d'humidité

$p(alt(z))$ = pression à l'altitude *z* après correction d'humidité

$T(alt(z))$ = température à l'altitude *z* après correction d'humidité

Par contre, la masse volumique de l'air, la force d'Archimède et la force ascensionnelle tiennent compte de l'humidité dès le début des calculs et ne doivent pas être corrigés :

$\rho_{air}(z, H)$ = masse volumique de l'air à l'altitude *z*, en tenant compte de l'humidité *H*,

etc.

Lien vers la page mère

Calculateurs pour ballons dirigeables à hélium