Ballon dirigeable souple à masse de gaz constante (hélium) ayant un volume total d'enveloppe constant, équipé de ballonnets Air

Détermination du rapport des volumes « hélium/total »

Marcel Délèze, Stephane Rousson

Introduction

La force d'Archimède s'appliquant à tous les gaz présents dans l'enveloppe du ballon, la mesure de la force ascensionnelle ne permet de déterminer le rapport des volumes « hélium/total » que si l'on connaît les proportions respectives d'hélium et d'air. Comme ces proportions sont difficiles à déterminer, nous allons décrire une méthode qui n'utilise pas la force ascensionnelle.

1. Caractéristiques du ballon

Cette caractéristique est fournie par le constructeur :

$p_{su}=$ surpression d'utilisation de l'hélium par rapport à la pression atmosphérique, afin d'assurer une certaine rigidité de l'enveloppe

2. Mesure directe de l'altitude de plénitude

Nous savons que, à partir du rapport des volumes « hélium/total », on peut calculer l'altitude de plénitude : voir par exemple « Calculateur de l'altitude de plénitude ». Ci-après, nous allons montrer que cette relation est réversible :

la mesure directe de l'altitude de plénitude permet de déduire par calcul le rapport des volumes « hélium/total ».

On se place dans la situation où le pilote a pu percevoir que le ballon se trouve à l'altitude de plénitude. Cette situation a pu se présenter dans des circonstances diverses : dégazage volontaire pour passer un obstacle, erreur de pilotage, vol de test, etc.

Quelle qu'en soit la cause, il est conseillé de mettre à profit, si possible, cet instant privilégié pour mesurer directement l'altitude de plénitude au moyen d'un altimètre. On va tirer parti de cette mesure pour déterminer le plus précisément possible le rapport des volumes « hélium/total », ce qui est particulièrement intéressant lorsque ce rapport a pris une valeur inconnue.

Donnée : la mesure doit se faire, après la fin du dégazage, à la nouvelle altitude de plénitude.

$z_{plén,h}$ = altitude de plénitude mesurée directement avec un altimètre.

3. Données de l'atmosphère à la verticale du lieu où l'altitude de plénitude a été mesurée

3.1 Mesures au sol

Habituellement, on utilise les données, mesurées au sol, avant le départ, comme il est décrit dans « Calculateur de l'altitude de plénitude ». Cependant, dans l'idéal, c'est l'état de l'atmosphère à la verticale de l'endroit où la mesure de $z_{plén,h}$ a été faite que l'on aimerait connaître. Si on peut connaître les conditions de l'atmosphère au sol en un lieu plus proche, ou disposer de données plus récentes, on leur donnera la préférence.

$p_1=$ pression atmosphérique ; il s'agit de la pression non corrigée, c'est-à-dire qui n'est pas ramenée à l'altitude 0 ;

$t_1=$ température de l'air en degrés Celsius *;* $T_1=t_1+273.15\,K$;

$H_1=$ humidité relative de l'air ;

$z_1=$ altitude du lieu des mesures ; elle peut provenir d'un GPS ou d'une carte topographique, mais pas d'un altimètre basé sur la mesure de la pression.

3.2 Estimation de la surchauffe du gaz hélium par le pilote

Pour l'altitude de plénitude, à l'instant où la mesure de $z_{plén,h}$ a été faite, le pilote doit estimer la surchauffe :

$$t_s$$

4. Lois physiques

4.1 Le modèle du nivellement barométrique

Le modèle du nivellement barométrique est décrit dans www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/pression-altitude.pdf

a = gradient de température ;

M, g, R = masse molaire de l'air, accélération gravifique, constante des gaz parfaits.

La pression et la température sont des valeurs moyennes, donc indépendantes des conditions météorologiques du jour, que l'on peut exprimer comme suit :

$$p_{nivel}(z) = p_{standard} \cdot \left(1 - \frac{a}{T_{standard}} z\right)^{\frac{M g}{R a}}$$ = pression atmosphérique à l'altitude *z*

$$T_{nivel}(z) = T_{standard} - a \cdot z$$ = température de l'air à l'altitude *z*

4.2 Modèle retenu pour l'atmosphère du jour

La pression et la température sont adaptées aux conditions atmosphériques du jour :

$$p(z) = p_1 \cdot \left(1 - \frac{a}{T_0}(z - z_1)\right)^{\frac{M g}{R a}}$$ = pression atmosphérique à l'altitude *z* [*Formule 4.2 a*]

$$T(z) = T_1 - a \cdot (z - z_1)$$ = température de l'air à l'altitude *z* [*Formule 4.2 b*]

4.3 Volume des ballonnets à l'altitude z

$V_{He}(z, t_s)$ = volume de l'hélium aux conditions atmosphériques standard en fonction de l'altitude *z* et la surchauffe t_s .

La quantité d'hélium étant constante, calculons, au moyen de la loi des gaz parfaits, l'évolution du volume de l'hélium entre les conditions atmosphériques standard et le jour du vol à l'altitude *z* :

$$\frac{(p_{standard} + p_{su}) \cdot V_{He}}{T_{standard}} = \frac{(p(z) + p_{su}) \cdot V_{He}(z, t_s)}{T(z) + t_s} .$$

On en déduit le volume de l'hélium en fonction de l'altitude *z* et la surchauffe t_s :

$$V_{He}(z, t_s) = \frac{(p_{standard} + p_{su}) \cdot V_{He} \cdot (T(z) + t_s)}{(p(z) + p_{su}) \cdot T_{standard}}$$ [*Formule 4.3 a*]

ainsi que le volume des ballonnets à l'altitude z :

$$V_{ballonnets}(z, t_s) = V_{enveloppe} - V_{He}(z, t_s)$$ [*Formule 4.3 b*]

4.4 Correction d'humidité

L'altitude de plénitude mesurée inclut l'effet de l'humidité de l'atmosphère :

$$z_{plen,h} = z_{plen,m} + \delta z$$ Relation établie dans l' [*Annexe B2*].

En comparant avec la méthode de calcul utilisée dans le « Calculateur de l'altitude de plénitude » que l'on parcourt ici à l'envers, on établit une nouvelle altitude de plénitude de laquelle on a retiré l'effet de l'humidité :

$$z_{plen,m} = z_{plen,h} - \delta z$$ [*Formule 4.4*] où $\delta z \leq 0$.

4.5 Calcul du rapport des volumes

À l'altitude de plénitude, les ballonnets d'air sont vides et l'hélium occupe tout le volume de l'enveloppe. En exprimant que l'hélium obéit à la loi des gaz parfaits :

$$\frac{(p_{standard} + p_{su}) \cdot V_{He}}{T_{standard}} = \frac{(p(z_{plen,m}) + p_{su}) \cdot V_{enveloppe}}{T(z_{plen,m}) + t_s}$$

on en tire la formule qui permet de calculer le rapport des volumes « hélium/total » :

$$\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}} = \frac{T_{standard} \cdot \left(p\left(z_{plen,m} \right) + p_{su} \right)}{\left(T\left(z_{plen,m} \right) + t_s \right) \cdot \left(p_{standard} + p_{su} \right)} \qquad [\textit{Formule 4.5}]$$

5. Calculs et résultats

5.1 Caractéristiques du gonflage

À partir du rapport des volumes « hélium/total », on calcule

$$\frac{V_{ballonnets\ \ standard}}{V_{enveloppe}} = 1 - \frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}$$ = rapport des volumes « ballonnets/total » aux conditions atmosphériques standard

5.2 Valeurs intermédiaires

Afficher les valeurs intermédiaires calculées.

6. Calculateur numérique

Un calculateur en ligne est à disposition :

www.deleze.name/marcel/physique/aerostat/helium/He-residuel.html

B1 Table numérique de la pression de saturation de la vapeur d'eau en fonction de la température

Température en degrés Celsius t	Pression de saturation de la vapeur d'eau en hPa $p_{sat}(t)$	Température en degrés Celsius t	Pression de saturation de la vapeur d'eau en hPa $p_{sat}(t)$
-60	0.001	24	29.83
-40	0.13	25	31.67
-20	1.03	26	33.6
-18	1.5	27	35.64
-15	1.9	28	37.8
-12	2.4	29	40.05
-10	2.6	30	42.43
-9	3	31	44.92
-7	3.7	32	47.55
-4	4.6	33	50.3
-1	5.6	34	53.19
0	6.11	35	56.23
2	7.06	36	59.41
4	8.13	37	62.75
6	9.35	38	66.25
8	10.73	39	69.92
10	12.28	40	73.75
11	13.12	41	77.78
12	14.02	42	81.99
13	14.97	43	86.39
14	15.98	44	91.01
15	17.05	45	95.83
16	18.18	46	100.86
17	19.37	47	106.12
18	20.63	48	111.60
19	21.97	49	117.35
20	23.38	50	123.34
21	24.87		
22	26.43		
23	28.09		

B2 Correction d'humidité

B2.1 Donnée

H_1 = humidité relative du jour, mesurée au sol.

B2.2 Pression de saturation de la vapeur d'eau

A partir de la « Table numérique de la pression de saturation de la vapeur d'eau en fonction de la température » (voir annexe B1), on construit par interpolation une fonction $p_{sat}(t)$ qui est définie pour toutes les températures $t \leq 50°C$.

B2.3 Point de rosée

Au sol, la pression de la vapeur d'eau est égale à $H_1 \cdot p_{sat}(t_1)$.

Le point de rosée t_{rose} est la température pour laquelle cette pression de vapeur est saturante, c'est-à-dire qui vérifie l'équation

$$p_{sat}(t_{rose}) = H_1 \cdot p_{sat}(t_1) \qquad [Formule\ B2.3]$$

B2.4 Altitude de la base des cumulus éventuels

Considérons le cas où, à la suite d'un réchauffement de la surface terrestre, des nuages se formeraient au cours de la journée. En adoptant cette évolution la plus défavorable, on prend une mesure de sécurité. La formule de *Stull*, dans laquelle les altitudes sont en mètres et les températures en degrés Celsius (ou en kelvins), donne l'altitude de la base des cumulus :

$$z_{cumulus} = z_1 + 125 * (t_1 - t_{rose}) \qquad [Formule\ B2.4]$$

B2.5 Humidité relative à l'altitude z

L'humidité relative à l'altitude z est calculée comme suit :

- si $z \geq z_{cumulus}$ alors $H(z) = H_{cumulus} = 100\ \%$;
- sinon, $H(z)$ est calculé par interpolation linéaire

$$H(z) = H_1 + (z - z_1) * (H_{cumulus} - H_1) / (z_{cumulus} - z_1) \qquad [Formules\ B2.5]$$

B2.6 Température virtuelle

La méthode de correction consiste à remplacer la température $T(z)$ par la température virtuelle $T_v(z)$ qui est la température qu'aurait l'air sec de même masse volumique et de même pression que l'air humide. Référence : Wikipedia, rubrique « Température virtuelle » :

$$T_v(z) = \frac{T(z)}{1 - 0.378 \cdot \frac{p_{eau}}{p(z)}} \quad .$$

$p_{eau}(z)$ désigne la pression partielle de la vapeur d'eau

$$p_{eau}(z) = H(z) \cdot p_{sat}(T(z)) \qquad [Formule\ B2.6\ a]$$

Pour $z = z_{plén,m}$, calculons

$$c_{humid} = 1 - 0.378 \cdot \frac{p_{eau}(z_{plén,m})}{p(z_{plén,m})} \qquad [Formule\ B2.6\ b]$$

et la température virtuelle

$$T_v(z_{plén,m}) = \frac{T(z_{plén,m})}{c_{humid}} \quad .$$

La différence de températures $\frac{T(z_{plén,m})}{c_{humid}} - T(z_{plén,m})$ ne sera que partiellement répercutée : le calcul de l'altitude de plénitude $z_{plén,m}$ se réfère à un étant moyen de l'atmosphère, ce qui inclut une part d'humidité, tandis que la température virtuelle apporte une correction par rapport à de l'air sec. C'est pourquoi nous ne prenons en compte que la moitié de la correction de température :

$$\delta T = 0.5 \cdot T(z_{plén,m}) \cdot \left(\frac{1}{c_{humid}} - 1\right) \qquad [Formule\ B2.6\ c]$$

B2.7 Correction d'altitude

T étant une fonction affine de z, la correction d'altitude correspondante est

$$\delta z = -\frac{\delta T}{a} \qquad [Formule\ B2.7\ a]$$

Cette correction s'applique à l'altitude de plénitude. Usuellement, la correction de température est positive, et la correction d'altitude est négative. La correction d'altitude est répartie uniformément sur la hauteur. L'altitude z corrigée est :

$$alt(z) = z + \delta z \cdot \frac{z - z_1}{z_{plén,m} - z_1} \qquad [Formule\ B2.7\ b]$$

B2.8 Affichage des résultats

La correction s'applique à l'altitude de plénitude, à la pression et à la température :

$z_{plén,h} = alt(z_{plén,m})$ = altitude de plénitude après correction d'humidité

$p(alt(z))$ = pression à l'altitude *z* après correction d'humidité

$T(alt(z))$ = température à l'altitude *z* après correction d'humidité

Par contre, la masse volumique de l'air, la force d'Archimède et la force ascensionnelle tiennent compte de l'humidité dès le début des calculs et ne doivent pas être corrigés :

$\rho_{air}(z, H)$ = masse volumique de l'air à l'altitude *z*, en tenant compte de l'humidité *H*,

etc.