

## Variante I-C

Les 44 fonctions de base de l'élément générique élargi

## Elément de référence

- Fonctions réciproques de  $\alpha_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , notées  $\text{inv}\alpha[i]$

Thèse p. 50

```
 $\text{inv}\alpha[1][\{x_, y_, z_\}] := \{x, y, z\}$ 
 $\text{inv}\alpha[2][\{x_, y_, z_\}] := \{y, z, 1 - x - y - z\}$ 
 $\text{inv}\alpha[3][\{x_, y_, z_\}] := \{z, 1 - x - y - z, x\}$ 
 $\text{inv}\alpha[4][\{x_, y_, z_\}] := \{1 - x - y - z, x, y\}$ 
```

- Fonctions réciproques de  $\phi_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , notées  $\text{inv}\phi[i]$

Thèse p. 50

```
 $\text{inv}\phi[1][\{vx_, vy_, vz_\}] := \{vx, vy, vz\}$ 
 $\text{inv}\phi[2][\{vx_, vy_, vz_\}] := \{vy, vz, -vx - vy - vz\}$ 
 $\text{inv}\phi[3][\{vx_, vy_, vz_\}] := \{vz, -vx - vy - vz, vx\}$ 
 $\text{inv}\phi[4][\{vx_, vy_, vz_\}] := \{-vx - vy - vz, vx, vy\}$ 
```

- Polynômes de référence

Thèse p. 56-57, fonctions  $\text{pt}(i,j)$

Thèse, p. 131- 134, subroutine UT44(16,...), fonctions 1 à 16

```
 $\text{pt}[1, 0][\{x_, y_, z_\}] := (1 - x - y - z) (1 + x + y + z - 2 (x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx))$ 
 $\text{pt}[1, 1][\{x_, y_, z_\}] := x (1 - x - y - z) \left(1 - x - \frac{1}{2} (y + z)\right)$ 
 $\text{pt}[1, 2][\{x_, y_, z_\}] := \text{pt}[1, 1][\{y, z, x\}]$ 
 $\text{pt}[1, 3][\{x_, y_, z_\}] := \text{pt}[1, 1][\{z, x, y\}]$ 
 $\text{pt}[i_, j_][\{x_, y_, z_\}] := \text{pt}[1, j][\text{inv}\alpha[i][\{x, y, z\}]]$ 
 $\text{Do}[\text{Do}[\text{ut}[4 i + j - 3] = \text{pt}[i, j], \{j, 0, 3\}], \{i, 1, 4\}]$ 
```

- Polynômes par morceaux, de référence

Thèse p. 75-76, fonctions  $w(i,j)$

Thèse, p. 131- 134, subroutine UT44(28,...), fonctions 17 à 28

```
 $\text{wt}[1, 1][\{x_, y_, z_\} /; x \geq y \&& z \geq y] := y^2 \left(z - \frac{1}{3} y\right)$ 
```

```

wt[1, 1][{x_, y_, z_} /; x ≥ z && y ≥ z] := z2  $\left(y - \frac{1}{3}z\right)$ 
wt[1, 1][{x_, y_, z_}] := x  $\left(\frac{2}{3}x^2 - xy - xz + 2yz\right)$ 
wt[1, 2][{x_, y_, z_}] := wt[1, 1][{y, z, x}]
wt[1, 3][{x_, y_, z_}] := wt[1, 1][{z, x, y}]
wt[i_ /; i ≥ 2, j_][{x_, y_, z_}] := wt[1, j][invα[i][{x, y, z}]]
Do[Do[ut[3 i + j + 13] = wt[i, j], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}]

```

- Thèse p. 77 à 79, fonctions de référence numéros 29 à 32  
Thèse, p. 131- 134, subroutine UT44(32,...), fonctions 29 à 32

```

a3[{x_, y_, z_}] := 3 x2 (1 - x - y - z)
b3[{x_, y_, z_}] := 2  $\frac{x^2 (1 - x - y - z)^2 (y + z - 2x)}{(1 - 3x) (y + z - x)}$ 
y[{x_, y_, z_}] :=  $\frac{2}{(1 - 3x) (y + z - x)} \left( (8x + 2y + 2z - 5) - x (1 - x - y - z) \left( \frac{3}{1 - 3x} + \frac{2}{y + z - x} \right) \right)$ 
c1[{x_, y_, z_}] := -  $\frac{x^2 (z - x)^2 (1 - x - y - z)^2}{y (1 - 2x - z) (y + z - 2x)} \frac{y - x}{2} y[{x, y, z}]$ 
c2[{x_, y_, z_}] := -  $\frac{x^2 (y - x)^2 (1 - x - y - z)^2}{z (1 - 2x - y) (y + z - 2x)} \frac{z - x}{2} y[{x, y, z}]$ 
st10[{x_, y_, z_} /; x == y == z] := 3 x2 (1 - x - y - z)
st10[{x_, y_, z_}] := a3[{x, y, z}] + b3[{x, y, z}] + c1[{x, y, z}] + c2[{x, y, z}]
rt[1, 0][{x_, y_, z_} /; y ≥ x && z ≥ x] := st10[{x, y, z}]
rt[1, 0][{x_, y_, z_} /; x ≥ y && z ≥ y] := st10[{y, x, z}]
rt[1, 0][{x_, y_, z_} /; x ≥ z && y ≥ z] := st10[{z, y, x}]
rt[2, 0][{x_, y_, z_}] := rt[1, 0][invα[2][{x, y, z}]]
rt[3, 0][{x_, y_, z_}] := rt[1, 0][invα[3][{x, y, z}]]
rt[4, 0][{x_, y_, z_}] := rt[1, 0][invα[4][{x, y, z}]]
ut[29] = rt[1, 0];
ut[30] = rt[2, 0];
ut[31] = rt[3, 0];
ut[32] = rt[4, 0];

```

- Thèse p. 80-81, fonctions de référence 33 à 44  
Thèse, p. 131- 134, subroutine UT44(44,...), fonctions 33 à 44

```

a4[{x_, y_, z_}] :=  $\frac{4x^2 (z - x)^2 (1 - x - y - z)}{(1 - y - z) (1 - 2x - y)}$ 
β[{x_, y_, z_}] :=  $\frac{1}{(1 - x - z) (1 - 3x)} \left( 4x - 2z + x (z - x) \left( \frac{1}{1 - x - z} - \frac{1}{1 - 3x} \right) \right)$ 

```

```

b4[{x_, y_, z_}] := - $\frac{2x^2(z-x)^2(1-x-y-z)^2(y-x)}{y(y+z-2x)(1-2x-z)}$  β[{x, y, z}]
st13[{x_, y_, z_} /; x == y == z] := 0
st13[{x_, y_, z_}] := a4[{x, y, z}] + b4[{x, y, z}]
rt[1, 3][{x_, y_, z_} /; y ≥ x && z ≥ x] := st13[{x, y, z}]
rt[1, 3][{x_, y_, z_} /; x ≥ y && z ≥ y] := st13[{y, x, z}]
rt[1, 3][{x_, y_, z_} /; x ≥ z && y ≥ z] := 0
rt[1, 1][{x_, y_, z_}] := rt[1, 3][{y, z, x}]
rt[1, 2][{x_, y_, z_}] := rt[1, 3][{z, x, y}]
rt[i_ /; i ≥ 2, j_][{x_, y_, z_}] := rt[i, j][invα[i][{x, y, z}]]
Do[Do[ut[3 i + j + 29] = rt[i, j], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}]

```

■ Dérivées des fonctions de référence, bloc 1, fonctions 1 à 16, dans la direction  $t = (t_1, t_2, t_3)$

```

dut[m_ /; m ≤ 16][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
{t1, t2, t3}.(D[ut[m][{xv, yv, zv}], {{xv, yv, zv}}] /. {xv → x, yv → y, zv → z})

```

■ Dérivées des fonctions de référence, bloc 2, fonctions 17 à 28

```

dwt[1, 1][{t1_, t2_, t3_}, {xv_, yv_, zv_} /; xv ≥ yv && zv ≥ yv] :=
{t1, t2, t3}.(D[y^2(z -  $\frac{1}{3}y$ ), {{x, y, z}}] /. {x → xv, y → yv, z → zv})
dwt[1, 1][{t1_, t2_, t3_}, {xv_, yv_, zv_} /; xv ≥ zv && yv ≥ zv] :=
{t1, t2, t3}.(D[z^2(y -  $\frac{1}{3}z$ ), {{x, y, z}}] /. {x → xv, y → yv, z → zv})
dwt[1, 1][{t1_, t2_, t3_}, {xv_, yv_, zv_}] :=
{t1, t2, t3}.(D[x( $\frac{2}{3}x^2 - xy - xz + 2yz$ ), {{x, y, z}}] /. {x → xv, y → yv, z → zv})
dwt[1, 2][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] := dwt[1, 1][{t2, t3, t1}, {y, z, x}]
dwt[1, 3][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] := dwt[1, 1][{t3, t1, t2}, {z, x, y}]
dwt[i_ /; i ≥ 2, j_][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
dwt[1, j][invφ[i][{t1, t2, t3}], invα[i][{x, y, z}]]
Do[Do[dut[3 i + j + 13] = dwt[i, j], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}]

```

■ Dérivées des fonctions de référence, bloc 3, fonctions 29 à 32

```

dst10[{t1_, t2_, t3_}, {xv_, yv_, zv_}] :=
{t1, t2, t3}.(D[a3[{x, y, z}] + b3[{x, y, z}] + c1[{x, y, z}] + c2[{x, y, z}], {{x, y, z}}] /.
{x → xv, y → yv, z → zv});
Limit[Limit[dst10[{t1, t2, t3}, {x, y, z}], y → x], z → x]
-(t1 + t2 + t3) x (-2 + 9 x)
dst10[{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; x == y == z] := (t1 + t2 + t3) x (3 (1 - x - y - z) - 1)
drt[1, 0][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; y ≥ x && z ≥ x] := dst10[{t1, t2, t3}, {x, y, z}]

```

```

drt[1, 0][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; x ≥ y && z ≥ y] := dst10[{t2, t1, t3}, {y, x, z}]
drt[1, 0][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; x ≥ z && y ≥ z] := dst10[{t3, t2, t1}, {z, y, x}]
drt[2, 0][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
drt[1, 0][invφ[2][{t1, t2, t3}], invα[2][{x, y, z}]]
drt[3, 0][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
drt[1, 0][invφ[3][{t1, t2, t3}], invα[3][{x, y, z}]]
drt[4, 0][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
drt[1, 0][invφ[4][{t1, t2, t3}], invα[4][{x, y, z}]]
dut[29] = drt[1, 0];
dut[30] = drt[2, 0];
dut[31] = drt[3, 0];
dut[32] = drt[4, 0];

```

#### ■ Dérivées des fonctions de référence, bloc 4, fonctions 33 à 44

```

dst13[{t1_, t2_, t3_}, {xv_, yv_, zv_}] :=
{t1, t2, t3}.D[a4[{x, y, z}] + b4[{x, y, z}], {{x, y, z}}] /. {x → xv, y → yv, z → zv}
Limit[Limit[dst13[{t1, t2, t3}, {x, y, z}], y → x], z → x]
0

dst13[{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; x == y == z] := 0
drt[1, 3][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; y ≥ x && z ≥ x] := dst13[{t1, t2, t3}, {x, y, z}]
drt[1, 3][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; x ≥ y && z ≥ y] := dst13[{t2, t1, t3}, {y, x, z}]
drt[1, 3][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_} /; x ≥ z && y ≥ z] := 0
drt[1, 1][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] := drt[1, 3][{t2, t3, t1}, {y, z, x}]
drt[1, 2][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] := drt[1, 3][{t3, t1, t2}, {z, x, y}]
drt[i_ /; i ≥ 2, j_][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
drt[1, j][invφ[i][{t1, t2, t3}], invα[i][{x, y, z}]]
Do[Do[dut[3 i + j + 29] = drt[i, j], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}]

```

## Elément générique élargi, à 44 paramètres

#### ■ Fonction L, thèse p. 53.

$\ell$  = partie linéaire de L;  $\text{invL}$  = fonction réciproque de L

$$\ell = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 & x_4 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 & y_4 - y_1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_1 & z_4 - z_1 \end{pmatrix};$$

```

L[{x_, y_, z_}] := ℓ.{x, y, z} + {x1, y1, z1}
invL[{x_, y_, z_}] := Inverse[ℓ].{x - x1, y - y1, z - z1}

```

- Directions normales déplacées  $\mu = (\mu_x, \mu_y, \mu_z)$

**Thèse p. 58**

$v_i = \ell^{-1}(m_i)$  = direction normale déplacée = vecteur normal  $m_i$  à la i-ème face transporté sur la i-ème face du tétraèdre de référence.

$\mu_i = \phi_i^{-1}(v_i)$  = direction normale déplacée = vecteur normal  $m_i$  à la i-ème face transporté sur la 1-ère face du tétraèdre de référence.

```

a[1] = {x1, y1, z1};
a[2] = {x2, y2, z2};
a[3] = {x3, y3, z3};
a[4] = {x4, y4, z4};

m[1] = (a[3] - a[2]) × (a[4] - a[2]);
v[1] = Inverse[ℓ].m[1];
μ[1] = invφ[1][v[1]];
μ[1] = N[μ[1] / (μ[1][[1]] + μ[1][[2]] + μ[1][[3]])];

m[2] = (a[4] - a[3]) × (a[1] - a[3]);
v[2] = Inverse[ℓ].m[2];
μ[2] = invφ[2][v[2]];
μ[2] = N[μ[2] / (μ[2][[1]] + μ[2][[2]] + μ[2][[3]])];

m[3] = (a[1] - a[4]) × (a[2] - a[4]);
v[3] = Inverse[ℓ].m[3];
μ[3] = invφ[3][v[3]];
μ[3] = N[μ[3] / (μ[3][[1]] + μ[3][[2]] + μ[3][[3]])];

m[4] = (a[2] - a[1]) × (a[3] - a[1]);
v[4] = Inverse[ℓ].m[4];
μ[4] = invφ[4][v[4]];
μ[4] = N[μ[4] / (μ[4][[1]] + μ[4][[2]] + μ[4][[3]])];

```

- Thèse p. 86, fonctions de base

**Thèse p. 141-142, subroutine U44**

```
u[n_][{x_, y_, z_}] := ut[n][invL[{x, y, z}]]
```

- Thèse p. 86, dérivées des fonctions de bas

**Thèse p. 141-142, subroutine U44**

- TEST 6

base d'interpolation, p. 65, comparer à  
DU28(28,...), FONCTIONS 1 A 28, p. 112

```
du[k_Integer][{t1_, t2_, t3_}, {x_, y_, z_}] :=
dut[k][Inverse[ℓ].{t1, t2, t3}, invL[{x, y, z}]]
```

## Tests numériques

Les valeurs numériques calculées ci - dessous ont été comparées avec succès aux valeurs numériques correspondantes calculées avec le programme FORTRAN de la thèse.

■ **Elément de référence, valeurs**

```
nuage = {{0.1, 0.2, 0.3}, {0.3, 0.1, 0.2}, {0.2, 0.3, 0.1},
{0.3, 0.3, 0.3}, {0.06, 0.3, 0.3}, {0.3, 0.06, 0.3}, {0.3, 0.3, 0.06}};
```

Bloc 1

```
Flatten[Table[Table[Table[Table[ut[4 i + j - 3][nuage[[k]]], {j, 0, 3}], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

0.44	0.026	0.048	0.066
0.08	0.009	0.012	0.014
0.18	0.027	0.032	0.011
0.3	0.054	0.018	0.033
0.44	0.066	0.026	0.048
0.3	0.018	0.033	0.054
0.08	0.009	0.014	0.012
0.18	0.032	0.027	0.011
0.44	0.048	0.066	0.026
0.18	0.027	0.011	0.032
0.3	0.018	0.054	0.033
0.08	0.014	0.009	0.012
0.082	0.012	0.012	0.012
0.306	0.045	0.045	0.018
0.306	0.045	0.018	0.045
0.306	0.018	0.045	0.045
0.353872	0.013056	0.05304	0.05304
0.045648	0.00684	0.00684	0.007344
0.30024	0.045	0.04896	0.01116
0.30024	0.04896	0.01116	0.045
0.353872	0.05304	0.013056	0.05304
0.30024	0.01116	0.045	0.04896
0.045648	0.00684	0.007344	0.00684
0.30024	0.04896	0.045	0.01116
0.353872	0.05304	0.05304	0.013056
0.30024	0.045	0.01116	0.04896
0.30024	0.01116	0.04896	0.045
0.045648	0.007344	0.00684	0.00684

Bloc 2

```
Flatten[Table[Table[Table[Table[ut[3 i + j + 13][nuage[[k]]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

0.00766667 0.00266667 0.00166667
0.02533333 0.01333333 0.00933333
0.00366667 0.00266667 0.01766667
0.00166667 0.01066667 0.00366667
0.00166667 0.00766667 0.00266667
0.01066667 0.00366667 0.00166667
0.02533333 0.00933333 0.01333333
0.00266667 0.00366667 0.01766667
0.00266667 0.00166667 0.00766667
0.00366667 0.01766667 0.00266667
0.01066667 0.00166667 0.00366667
0.00933333 0.02533333 0.01333333
0.018 0.018 0.018
0.00266667 0.00266667 0.01266667
0.00266667 0.01266667 0.00266667
0.01266667 0.00266667 0.00266667
0.008784 0.001008 0.001008
0.0216 0.0216 0.018
0.001152 0.001008 0.01008
0.001008 0.01008 0.001152
0.001008 0.008784 0.001008
0.01008 0.001152 0.001008
0.0216 0.018 0.0216
0.001008 0.001152 0.01008
0.001008 0.001008 0.008784
0.001152 0.01008 0.001008
0.01008 0.001008 0.001152
0.018 0.0216 0.0216
```

Bloc 3, fonctions numéros 29 à 32

```
Table[Table[ut[28 + i][nuage[[k]]], {i, 1, 4}], {k, 1, Length[nuage]}] // TableForm

0.0189055 0.0144389 0.00813333 0.0136676
0.0189055 0.0136676 0.0144389 0.00813333
0.0189055 0.00813333 0.0136676 0.0144389
0.027 0.0132847 0.0132847 0.0132847
0.00565388 0.0169624 0.00482183 0.00482183
0.00565388 0.00482183 0.0169624 0.00482183
0.00565388 0.00482183 0.00482183 0.0169624
```

Bloc 4, fonctions 33 à 44

```

Flatten[Table[Table[Table[Table[ut[29 + 3 i + j][nuage[[k]]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

0          0.00064    0.00233167
0          0.00262444  0.00711111
0.00271129 0.00506253 0
0.00505378 0          0.00075
0.00233167 0          0.00064
0          0.00075    0.00505378
0          0.00711111  0.00262444
0.00506253 0.00271129 0
0.00064    0.00233167 0
0.00271129 0          0.00506253
0          0.00505378  0.00075
0.00711111 0          0.00262444
0          0          0
0.00251156 0.00251156 0
0.00251156 0          0.00251156
0          0.00251156  0.00251156
0          0.00130876  0.00130876
0.          0.        0.00096
0.00134895 0.0017493 0
0.0017493 0          0.00134895
0.00130876 0          0.00130876
0          0.00134895  0.0017493
0.          0.00096   0.
0.0017493 0.00134895 0
0.00130876 0.00130876 0
0.00134895 0          0.0017493
0          0.0017493   0.00134895
0.00096   0.        0.

```

#### ■ Elément de référence, dérivée directionnelle

Bloc 1, fonctions 1 à 16

```
Flatten[Table[Table[dut[4 i + j - 3][{1, 0, 0}, nuage[[k]]], {i, 1, 4}, {j, 0, 3}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

-1.26	0.155	-0.16	-0.225
0.96	0.1	0.135	0.145
0.12	0.	-0.04	0.1
0.18	-0.075	0.165	0.
-1.42	-0.065	-0.085	-0.16
1.36	0.075	0.14	0.165
0.02	0.	-0.015	0.025
0.04	-0.04	0.06	0.
-1.34	0.04	-0.225	-0.085
1.18	0.165	0.065	0.16
0.12	0.	-0.075	0.135
0.04	-0.015	0.035	0.
-0.96	-0.11	-0.135	-0.135
1.2	0.195	0.195	-0.09
-0.12	0.	-0.165	0.105
-0.12	-0.165	0.105	0.
-1.1904	0.1588	-0.207	-0.207
0.8544	0.123	0.123	0.1212
0.168	0.	-0.093	0.177
0.168	-0.093	0.177	0.
-1.3536	-0.0812	-0.0486	-0.207
1.3248	0.0462	0.195	0.1212
0.0048	0.	-0.0114	0.0138
0.024	-0.093	0.105	0.
-1.3536	-0.0812	-0.207	-0.0486
1.3248	0.195	0.0462	0.1212
0.024	0.	-0.093	0.105
0.0048	-0.0114	0.0138	0.

```
Flatten[Table[Table[dut[4 i + j - 3][{0, 1, 0}, nuage[[k]]], {i, 1, 4}, {j, 0, 3}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

-1.34	-0.085	0.04	-0.225
0.04	0.035	0.	-0.015
1.18	0.165	0.16	0.065
0.12	-0.075	0.	0.135
-1.26	-0.225	0.155	-0.16
0.18	0.165	0.	-0.075
0.96	0.1	0.145	0.135
0.12	-0.04	0.	0.1
-1.42	-0.16	-0.065	-0.085
0.04	0.06	0.	-0.04
1.36	0.075	0.165	0.14
0.02	-0.015	0.	0.025
-0.96	-0.135	-0.11	-0.135
-0.12	0.105	0.	-0.165
1.2	0.195	-0.09	0.195
-0.12	-0.165	0.	0.105
-1.3536	-0.0486	-0.0812	-0.207
0.0048	0.0138	0.	-0.0114
1.3248	0.195	0.1212	0.0462
0.024	-0.093	0.	0.105
-1.1904	-0.207	0.1588	-0.207
0.168	0.177	0.	-0.093
0.8544	0.123	0.1212	0.123
0.168	-0.093	0.	0.177
-1.3536	-0.207	-0.0812	-0.0486
0.024	0.105	0.	-0.093
1.3248	0.0462	0.1212	0.195
0.0048	-0.0114	0.	0.0138

```

Flatten[Table[Table[Table[dut[4 i + j - 3][{0, 0, 1}, nuage[[k]]], {i, 1, 4}, {j, 0, 3}],
{k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

-1.42    -0.085   -0.16    -0.065
0.02     0.        0.025   -0.015
0.04     0.06     -0.04    0.
1.36     0.165   0.075   0.14
-1.34    -0.225   -0.085   0.04
0.12     0.        0.135   -0.075
0.04     0.035   -0.015   0.
1.18     0.16     0.165   0.065
-1.26    -0.16    -0.225   0.155
0.12     0.        0.1     -0.04
0.18     0.165   -0.075   0.
0.96     0.145   0.1     0.135
-0.96    -0.135   -0.135   -0.11
-0.12    0.        0.105   -0.165
-0.12    0.105   -0.165   0.
1.2      -0.09    0.195   0.195
-1.3536  -0.0486 -0.207   -0.0812
0.0048   0.        0.0138  -0.0114
0.024    0.105   -0.093   0.
1.3248   0.1212  0.0462  0.195
-1.3536  -0.207   -0.0486 -0.0812
0.024    0.        0.105   -0.093
0.0048   0.0138  -0.0114  0.
1.3248   0.1212  0.195   0.0462
-1.1904  -0.207   -0.207   0.1588
0.168    0.        0.177   -0.093
0.168    0.177   -0.093   0.
0.8544   0.1212  0.123   0.123

```

Bloc 2, fonctions 17 à 28

```
Flatten[Table[Table[Table[dut[3 i + j + 13][{1, 0, 0}, nuage[[k]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

0.04    0.05    0.03
-0.08   -0.04   0.
0.06    0.05    0.07
0.03    0.03    0.06
0.      0.03    0.01
-0.03   -0.01   0.
0.04    0.04    -0.04
0.01    -0.01   0.02
0.      0.01    0.05
-0.01   -0.05   0.
0.04    0.01    -0.01
0.08    -0.04   0.08
0.      0.09    0.09
-0.05   -0.05   -0.08
-0.04   -0.03   -0.05
-0.03   -0.05   -0.04
0.1152  0.0324  0.0324
-0.09   -0.09   0.
0.0336  0.0324  0.102
0.0324  0.102   0.0336
0.      0.0324  0.0036
-0.0324 -0.0036 0.
0.024   0.09    -0.09
0.0036  -0.0036 0.0048
0.      0.0036  0.0324
-0.0036 -0.0324 0.
0.0048  0.0036  -0.0036
0.09    -0.09   0.024
```

```
Flatten[Table[Table[Table[Table[dut[3 i + j + 13][{0, 1, 0}, nuage[[k]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

0.05    0.      0.01
-0.04   0.08   0.08
-0.01   0.      -0.05
0.01    0.04   -0.01
0.03    0.04   0.05
0.03    0.06   0.03
-0.08   0.      -0.04
0.05    0.06   0.07
0.01    0.      0.03
-0.01   0.02   0.01
-0.03   0.      -0.01
0.04    0.04   -0.04
0.09    0.      0.09
-0.05   -0.04  -0.03
-0.05   -0.08  -0.05
-0.03   -0.04  -0.05
0.0324  0.      0.0036
-0.09   0.024  0.09
-0.0036 0.      -0.0324
0.0036  0.0048 -0.0036
0.0324  0.1152  0.0324
0.102   0.0336  0.0324
-0.09   0.      -0.09
0.0324  0.0336  0.102
0.0036  0.      0.0324
-0.0036 0.0048  0.0036
-0.0324 0.      -0.0036
0.09    0.024  -0.09
```

```

Flatten[Table[Table[Table[dut[3 i + j + 13][{0, 0, 1}, nuage[[k]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

0.03    0.01    0.
0.04   -0.04    0.04
-0.01    0.01    0.02
0.     -0.03   -0.01
0.01    0.05    0.
0.04   -0.01    0.01
-0.04    0.08    0.08
0.     -0.01   -0.05
0.05    0.03    0.04
0.06    0.07    0.05
0.03    0.03    0.06
0.     -0.08   -0.04
0.09    0.09    0.
-0.04   -0.05   -0.03
-0.05   -0.03   -0.04
-0.08   -0.05   -0.05
0.0324  0.0036    0.
0.024   -0.09    0.09
-0.0036  0.0036   0.0048
0.     -0.0324  -0.0036
0.0036  0.0324    0.
0.0048  -0.0036  0.0036
-0.09    0.09    0.024
0.     -0.0036  -0.0324
0.0324  0.0324   0.1152
0.0336  0.102    0.0324
0.102    0.0324  0.0336
0.     -0.09   -0.09

```

Bloc 3, fonctions 29 à 32

```

Table[Table[dut[28 + i][{1, 0, 0}, nuage[[k]], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}] // TableForm

0.296975  0.160777  0.161951  0.259796
-0.0513777 0.0525478 -0.00309722 -0.00255873
-0.0553081 0.0484816 -0.00435077 0.140994
-0.21    -0.206604 -0.261047 -0.261047
0.166173  0.278595  0.160249  0.160249
-0.021422 0.0202097 0.0416304 -0.000780635
-0.021422 0.0202097 -0.000780635 0.0416304

Table[Table[dut[28 + i][{0, 1, 0}, nuage[[k]], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}] // TableForm

-0.0553081 0.140994  0.0484816 -0.00435077
0.296975   0.259796  0.160777  0.161951
-0.0513777 -0.00255873 0.0525478 -0.00309722
-0.21    -0.261047  -0.206604 -0.261047
-0.021422  0.0416304  0.0202097 -0.000780635
0.166173   0.160249  0.278595  0.160249
-0.021422 -0.000780635 0.0202097 0.0416304

```

```
Table[Table[dut[28 + i][{0, 0, 1}, nuage[[k]], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}]] // TableForm
```

-0.0513777	-0.00309722	-0.00255873	0.0525478
-0.0553081	-0.00435077	0.140994	0.0484816
0.296975	0.161951	0.259796	0.160777
-0.21	-0.261047	-0.261047	-0.206604
-0.021422	0.0416304	-0.000780635	0.0202097
-0.021422	-0.000780635	0.0416304	0.0202097
0.166173	0.160249	0.160249	0.278595

Bloc 4, fonctions 33 à 44

```
Flatten[Table[Table[Table[dut[29 + 3 i + j][{1, 0, 0}, nuage[[k]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

0	$2.37432 \times 10^{-6}$	0.0213959	
0	0.00356481	-0.0256481	
0.0245122	0.0349667	0	
0.0313196	0	-0.000454498	
0.0232756	0	0.00096	
0	-0.00125	-0.0299942	
0	-0.0493519	0.0394848	
-0.026144	0.0210117	0	
0.0129588	0.00182777	0	
-0.0017239	0	-0.0250312	
0	-0.0285516	0.0133522	
-0.0532407	0	-0.0234226	
0	0	0	
-0.0248211	-0.0248211	0	
-0.0228579	0	-0.00122157	
0	-0.00122157	-0.0228579	
0	0.0325367	0.0325367	
0.	0.	-0.0346667	
0.0324614	0.0335485	0	
0.0335485	0	0.0324614	
0.0104444	0	0.000894739	
0	-0.00111043	-0.0115154	
0.	-0.0557333	0.	
-0.0106067	0.00943165	0	
0.0104444	0.000894739	0	
-0.00111043	0	-0.0115154	
0	-0.0106067	0.00943165	
-0.0557333	0.	0.	

```

Flatten[Table[Table[Table[Table[dut[29 + 3 i + j][{0, 1, 0}, nuage[[k]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}],
{k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm

0          0.0129588   0.00182777
0          -0.0234226  -0.0532407
-0.0017239 -0.0250312 0
-0.0285516 0          0.0133522
0.0213959  0          2.37432 × 10-6
0          -0.000454498 0.0313196
0          -0.0256481  0.00356481
0.0349667  0.0245122 0
0.00096   0.0232756 0
0.0210117 0          -0.026144
0          -0.0299942 -0.00125
-0.0493519 0          0.0394848
0          0          0
-0.00122157 -0.0228579 0
-0.0248211 0          -0.0248211
0          -0.0228579 -0.00122157
0          0.0104444  0.000894739
0.          0.          -0.0557333
-0.00111043 -0.0115154 0
-0.0106067 0          0.00943165
0.0325367 0          0.0325367
0          0.0324614  0.0335485
0.          -0.0346667 0.
0.0335485 0.0324614 0
0.000894739 0.0104444 0
0.00943165 0          -0.0106067
0          -0.0115154 -0.00111043
-0.0557333 0.          0.

```

```
Flatten[Table[Table[Table[Table[dut[29 + 3 i + j][{0, 0, 1}, nuage[[k]], {j, 1, 3}], {i, 1, 4}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

0	0.00096	0.0232756
0	0.0394848	-0.0493519
0.0210117	-0.026144	0
-0.0299942	0	-0.00125
0.00182777	0	0.0129588
0	0.0133522	-0.0285516
0	-0.0532407	-0.0234226
-0.0250312	-0.0017239	0
$2.37432 \times 10^{-6}$	0.0213959	0
0.0245122	0	0.0349667
0	0.0313196	-0.000454498
-0.0256481	0	0.00356481
0	0	0
-0.0228579	-0.00122157	0
-0.00122157	0	-0.0228579
0	-0.0248211	-0.0248211
0	0.000894739	0.0104444
0.	0.	-0.0557333
0.00943165	-0.0106067	0
-0.0115154	0	-0.00111043
0.000894739	0	0.0104444
0	0.00943165	-0.0106067
0.	-0.0557333	0.
-0.0115154	-0.00111043	0
0.0325367	0.0325367	0
0.0324614	0	0.0335485
0	0.0335485	0.0324614
-0.0346667	0.	0.

## ■ Elément générique, valeurs

```
x1 = 0; y1 = 0; z1 = 0;
x2 = 5; y2 = 2; z2 = 0;
x3 = 0; y3 = 4; z3 = 1;
x4 = 1; y4 = 0; z4 = 3;

nuage = {{0.1 x1 + 0.2 x2 + 0.3 x3 + 0.4 x4,
          0.1 y1 + 0.2 y2 + 0.3 y3 + 0.4 y4, 0.1 z1 + 0.2 z2 + 0.3 z3 + 0.4 z4}}}
{1.4, 1.6, 1.5}}
```

Valeurs des 44 fonctions de l' élément générique élargi

```
Flatten[Table[Table[Table[Table[u[4 i + j - 3][nuage[[k]]], {j, 0, 3}], {i, 1, 11}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

0.08	0.009	0.012	0.014
0.18	0.027	0.032	0.011
0.3	0.054	0.018	0.033
0.44	0.026	0.048	0.066
0.0253333	0.0133333	0.00933333	0.00366667
0.00266667	0.01766667	0.00166667	0.01066667
0.00366667	0.00766667	0.00266667	0.00166667
0.0144389	0.00813333	0.0136676	0.0189055
0	0.00262444	0.00711111	0.00271129
0.00506253	0	0.00505378	0
0.00075	0	0.00064	0.00233167

### ■ Elément générique, dérivée directionnelle

Dérivée directionnelle des 44 fonctions de l' élément générique élargi

```
t = {0.25, 0.35, 0.4};
```

```
Flatten[Table[Table[Table[du[4 i + j - 3][t, {1.4, 1.6, 1.5}], {j, 0, 3}], {i, 1, 11}], {k, 1, Length[nuage]}], 1] // TableForm
```

-0.199468	-0.0200605	-0.0265806	-0.0320444
0.0109839	0.00906048	0.01	-0.0192137
0.0653065	0.0257782	-0.0292258	0.0140847
0.123177	-0.0412621	0.0230645	0.0362379
0.0186452	0.00774194	0.00519355	-0.0136452
-0.00979032	-0.0146774	-0.00603226	-0.0073871
-0.0136452	-0.00480645	-0.00979032	-0.00603226
-0.0300886	-0.0329074	-0.0509494	-0.0678401
0	0.00148622	0.00027397	-0.0036661
-0.00998508	0	-0.00959935	0
0.000380809	0	0.000435725	-0.00274377