

Étude d'une fraction rationnelle - Exercice r2-04

$$f(x) = \frac{27x}{(x-2)^2} - x - 3$$

Indication : Reporter la détermination des zéros de la fonction à la fin de l'étude. Calculer leurs valeurs numériques à la précision de ± 0.05

[Liste d'exercices corrigés: études de fractions rationnelles](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html)

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html

Corrigé

Quotient (ou partie polynomiale) = $-3 - x$

$$\frac{\text{Reste}}{\text{Dénominateur}} = \frac{27x}{(-2+x)^2}$$

Ensemble de définition de f : $x < 2$ ou $x > 2$

$$f(x) = -\frac{12 - 35x - x^2 + x^3}{(-2+x)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{(1+x)(46-7x+x^2)}{(-2+x)^3}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$x < -1$ ou $x > 2$
	nul pour	$x = -1$
	positif pour	$-1 < x < 2$

$$f''(x) = \frac{54(4+x)}{(-2+x)^4}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$x < -4$
	nul pour	$x = -4$
	positif pour	$-4 < x < 2$ ou $x > 2$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(-1, -5)\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\{(-4, -2)\}$

Asymptote verticale : $x = 2$

Du côté $+\infty$, asymptote affine $y = (-1)x + (-3)$

Du côté $-\infty$, asymptote affine $y = (-1)x + (-3)$

Tableau de variations

x	$-\infty$	-5.61	-4	-1	0.34	2	6.27	∞
$sgn(f'(x))$	-	-	-	-	0	+	+	+
$sgn(f''(x))$	-	-	-	0	+	+	+	+
$var(f(x))$	∞	0	-2	-5	0	∞	∞	$-\infty$
$sgn(f(x))$	+	0	-	-	-	0	+	-

Le tableau de variation montre que f possède trois zéros. Pour déterminer leurs valeurs, on peut utiliser une méthode numérique, par exemple la méthode de la bisection.

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$-5.61452 < x < 0.340671$ ou $x > 6.27385$
	nul pour	$x = -5.61452$ ou $x = 0.340671$ ou $x = 6.27385$
	positif pour	$x < -5.61452$ ou $0.340671 < x < 2$ ou $2 < x < 6.27385$

Graphique

