

Étude d'une fraction rationnelle - Exercice r2-01

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 1}{x^3}$$

Indication : Reporter la détermination des zéros de f à la fin de l'étude. Déterminer la valeur numérique du zéro de f à la précision de ± 0.05

[Liste d'exercices corrigés: études de fractions rationnelles](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html)

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html

Corrigé

Quotient (ou partie polynomiale) = 2

$$\frac{\text{Reste}}{\text{Dénominateur}} = \frac{1 - x^2}{x^3}$$

Ensemble de définition de f : $x < 0$ ou $x > 0$

$$f'(x) = \frac{-3 + x^2}{x^4}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$-\sqrt{3} < x < 0$ ou $0 < x < \sqrt{3}$
	nul pour	$x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$
	positif pour	$x < -\sqrt{3}$ ou $x > \sqrt{3}$

$$f''(x) = -\frac{2(-6 + x^2)}{x^5}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$-\sqrt{6} < x < 0$ ou $x > \sqrt{6}$
	nul pour	$x = -\sqrt{6}$ ou $x = \sqrt{6}$
	positif pour	$x < -\sqrt{6}$ ou $0 < x < \sqrt{6}$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(-\sqrt{3}, \frac{2}{9}(9 + \sqrt{3})), (\sqrt{3}, -\frac{2}{9}(-9 + \sqrt{3}))\}$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(-1.73205, 2.3849), (1.73205, 1.6151)\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\left\{\left(-\sqrt{6}, 2 + \frac{5}{6\sqrt{6}}\right), \left(\sqrt{6}, 2 - \frac{5}{6\sqrt{6}}\right)\right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\{(-2.44949, 2.34021), (2.44949, 1.65979)\}$

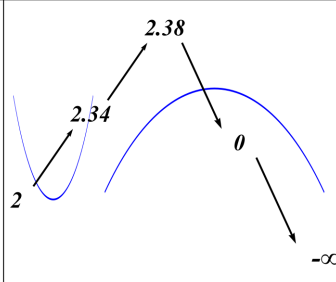
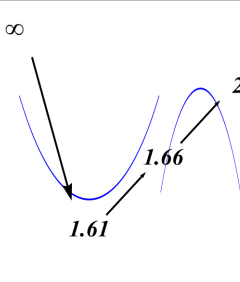
Asymptote verticale : $x = 0$

Du côté $+\infty$, asymptote horizontale $y = 2$

Du côté $-\infty$, asymptote horizontale $y = 2$

La détermination du zéro de la fonction peut se faire avec une méthode numérique, par exemple avec la méthode de la bisection.

Tableau de variations

x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$	$-\sqrt{3}$	-0.657	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$	∞	
$sgn(f'(x))$	+ + + 0 - - -					- 0 + + +			
$sgn(f''(x))$	+ 0 - - - - -					+ + + 0 -			
$var(f(x))$									
$sgn(f(x))$	+ + + + + 0 -					+ + + + +			

La détermination du signe de la fonction peut se faire par une méthode graphique, en observant le tableau de variations.

Graphique

