

## Étude d'une fraction rationnelle - Exercice r2-01

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 1}{x^3}$$

Indication : Reporter la détermination des zéros de  $f$  à la fin de l'étude. Déterminer la valeur numérique du zéro de  $f$  à la précision de  $\pm 0.05$

[Liste d'exercices corrigés: études de fractions rationnelles](#)

[www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html)

### Corrigé

Quotient (ou partie polynomiale) = 2

$$\frac{\text{Reste}}{\text{Dénominateur}} = \frac{1 - x^2}{x^3}$$

Ensemble de définition de  $f$  :  $x < 0$  ou  $x > 0$

$$f'(x) = \frac{-3 + x^2}{x^4}$$

Signe( $f'(x)$ ) :	négatif pour	$-\sqrt{3} < x < 0$ ou $0 < x < \sqrt{3}$
	nul pour	$x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$
	positif pour	$x < -\sqrt{3}$ ou $x > \sqrt{3}$

$$f''(x) = -\frac{2(-6 + x^2)}{x^5}$$

Signe( $f''(x)$ ) :	négatif pour	$-\sqrt{6} < x < 0$ ou $x > \sqrt{6}$
	nul pour	$x = -\sqrt{6}$ ou $x = \sqrt{6}$
	positif pour	$x < -\sqrt{6}$ ou $0 < x < \sqrt{6}$

Candidat(s) extremum(s) :  $\left\{ \left( -\sqrt{3}, \frac{2}{9} (9 + \sqrt{3}) \right), \left( \sqrt{3}, -\frac{2}{9} (-9 + \sqrt{3}) \right) \right\}$

Candidat(s) extremum(s) :  $\{(-1.73205, 2.3849), (1.73205, 1.6151)\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion :  $\left\{ \left( -\sqrt{6}, 2 + \frac{5}{6\sqrt{6}} \right), \left( \sqrt{6}, 2 - \frac{5}{6\sqrt{6}} \right) \right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion :  $\{(-2.44949, 2.34021), (2.44949, 1.65979)\}$

Asymptote verticale :  $x = 0$

Du côté  $+\infty$ , asymptote horizontale  $y = 2$

Du côté  $-\infty$ , asymptote horizontale  $y = 2$

La détermination du zéro de la fonction peut se faire avec une méthode numérique, par exemple avec la méthode de la bisection.

Tableau de variations

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{6}$	$-\sqrt{3}$	$-0.657$	$0$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$	$\infty$	
$sgn(f'(x))$	+	+	+	0	-	-	-		
$sgn(f''(x))$	+	0	-	-	-	-	-		
$var(f(x))$									
$sgn(f(x))$	+	+	+	+	+	0	-		
								+	
								+	
								+	
								+	
								+	

La détermination du signe de la fonction peut se faire par une méthode graphique, en observant le tableau de variations.

Graphique

