Étude d'une fraction rationnelle - Exercice r1-07

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 6}{(x-1)^2}$$

Indication : Un zéro de la fonction est un petit nombre entier.

Liste d'exercices corrigés: études de fractions rationnelles
www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html

Corrigé

Quotient (ou partie polynomiale) = $-2 + x$

$$\frac{\text{Reste}}{\text{Dénominateur}} = -\frac{4}{(-1+x)^2}$$

Ensemble de définition de f : $x < 1$ ou $x > 1$

$$f(x) = \frac{(-3+x)\,(2-x+x^2)}{(-1+x)^2}$$

Signe($f(x)$) :

négatif pour	$x < 1$ ou $1 < x < 3$
nul pour	$x = 3$
positif pour	$x > 3$

$$f'(x) = \frac{(1+x)\,(7-4x+x^2)}{(-1+x)^3}$$

Signe($f'(x)$) :

négatif pour	$-1 < x < 1$
nul pour	$x = -1$
positif pour	$x < -1$ ou $x > 1$

$$f''(x) = -\frac{24}{(-1+x)^4}$$

Signe($f''(x)$) :

négatif pour	$x < 1$ ou $x > 1$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x \in \{\}$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(-1, -4)\}$

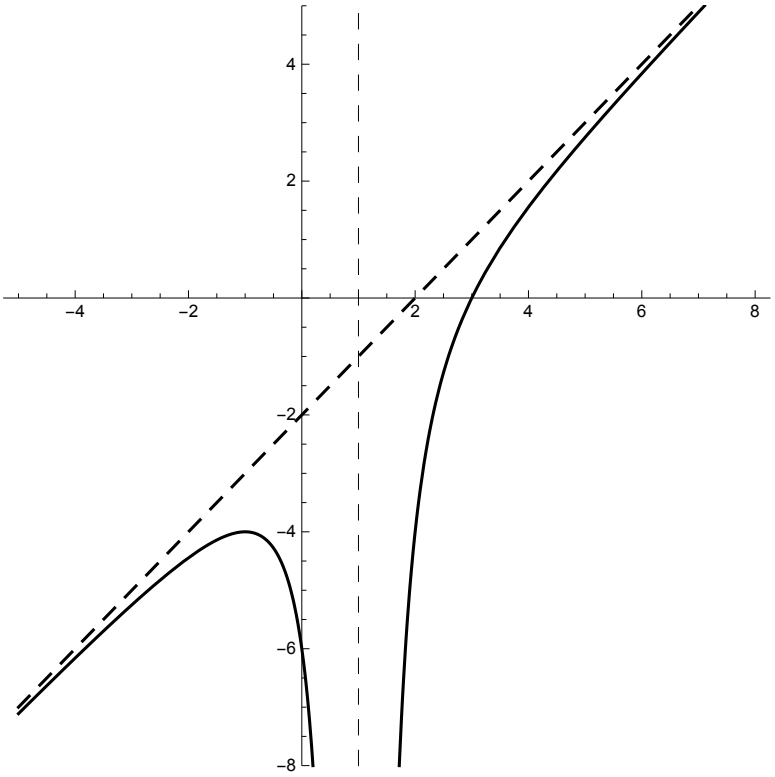
Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Asymptote verticale : $x = 1$

Du côté $+\infty$, asymptote affine y = (1)x +(− 2)

Du côté -∞, asymptote affine y = (1)x +(− 2)

Tableau de variations

x	$-\infty$		-1		1		3		∞
$sgn(f(x))$		$-$	$-$	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$sgn(f'(x))$		$+$	0	$-$	‖	$+$	$+$	$+$	
$sgn(f''(x))$		$-$	$-$	$-$	‖	$-$	$-$	$-$	
$var(f(x))$	$-\infty$	↗	-4	↘	‖ $-\infty$	↗	0	↗	∞

Graphique