

Étude d'une fonction polynomiale - Exercice r0-02

On donne la fonction

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx$$

où b et c sont deux constantes. Calculer les valeurs qu'il faut attribuer à b et c pour que la fonction possède un extremum en $x = 3$ et que la tangente à f en $x = 3$ coupe le graphe de la fonction f en $x = 1$.

Représenter graphiquement la situation.

[Liste d'exercices corrigés: études de fractions rationnelles](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html)

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html

Corrigé

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$$

Première condition

$$f'(3) = 0 \iff 6b + c + 27 = 0$$

Deuxième condition: la tangente à f en 3 est $y = f'(3)(x - 3) + f(3) = f(3)$. Cette tangente coupe la courbe $y = f(x)$ en $x = 1$ si

$$f(3) = f(1) \iff 9b + 3c + 27 = b + c + 1 \iff 4b + c + 13 = 0$$

Résolution du système

$$b = -7; c = 15. \text{ Candidat } f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x$$

Troisième condition: la dérivée de f change de signe en $x = 3$. Vérification:

$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 15 \text{ a pour zéros } \left\{ \frac{5}{3}; 3 \right\}. \text{ Donc } f \text{ est solution.}$$

Situation :

