

## Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

### Exercice el1-18

$$f(x) = \frac{1}{1 + \ln(x)}$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques  
[www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html)

### Corrigé

Ensemble de définition de  $f$  :  $0 < x < \frac{1}{e}$  ou  $x > \frac{1}{e}$

Signe( $f(x)$ ) :	négatif pour	$0 < x < \frac{1}{e}$
	nul pour	$x \in \{\}$
	positif pour	$x > \frac{1}{e}$

$$f'(x) = -\frac{1}{x(1 + \ln(x))^2}$$

Signe( $f'(x)$ ) :	négatif pour	$0 < x < \frac{1}{e}$ ou $x > \frac{1}{e}$
	nul pour	$x \in \{\}$
	positif pour	$x \in \{\}$

$$f''(x) = \frac{3 + \ln(x)}{x^2(1 + \ln(x))^3}$$

Signe( $f''(x)$ ) :	négatif pour	$\frac{1}{e^3} < x < \frac{1}{e}$
	nul pour	$x = \frac{1}{e^3}$
	positif pour	$0 < x < \frac{1}{e^3}$ ou $x > \frac{1}{e}$

Candidat(s) extremum(s) : Aucun

Candidat(s) point(s) d'inflexion :  $\left\{\left(\frac{1}{e^3}, -\frac{1}{2}\right)\right\}$

$\lim_{x \uparrow \frac{1}{e}} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \downarrow \frac{1}{e}} f(x) = \infty$ . Asymptote verticale double  $x = \frac{1}{e}$

$\lim_{x \downarrow 0} f(x) = 0^-$ . Pas d'asymptote verticale en  $x = 0$ .

Pour la dérivée,  $\lim_{x \downarrow 0} f'(x) = -\infty$

Du côté  $+\infty$ , asymptote horizontale  $y = 0$

Du côté  $-\infty$ , fonction non définie.

Tableau de variations

$x$	$0$	$0.0498$	$0.368$	$\infty$
$sgn(f(x))$		-	-	+
$sgn(f'(x))$		-	-	-
$sgn(f''(x))$		+	0	+
$var(f(x))$				

Graphique

