

Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

Exercice e11-17

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right)$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html

Corrigé

Ensemble de définition de f : $-1 < x < 0$ ou $x > 1$

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$1 - \sqrt{2} < x < 0$ ou $x > 1 + \sqrt{2}$
	nul pour	$x = 1 - \sqrt{2}$ ou $x = 1 + \sqrt{2}$
	positif pour	$-1 < x < 1 - \sqrt{2}$ ou $1 < x < 1 + \sqrt{2}$

$$f'(x) = -\frac{1+x^2}{(-1+x)x(1+x)}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$-1 < x < 0$ ou $x > 1$
	nul pour	$x \in \{\}$
	positif pour	$x \in \{\}$

$$f''(x) = \frac{-1 + 4x^2 + x^4}{(-1+x)^2 x^2 (1+x)^2}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$-\sqrt{-2 + \sqrt{5}} < x < 0$
	nul pour	$x = -\sqrt{-2 + \sqrt{5}}$
	positif pour	$-1 < x < -\sqrt{-2 + \sqrt{5}}$ ou $x > 1$

Signe($f'''(x)$) :	négatif pour	$-0.485868 < x < 0$
	nul pour	$x = -0.485868$
	positif pour	$-1 < x < -0.485868$ ou $x > 1$

Candidat(s) extremum(s) : Aucun

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\left\{ \left(-\sqrt{-2 + \sqrt{5}}, \ln\left(-\frac{2\sqrt{-2 + \sqrt{5}}}{-3 + \sqrt{5}}\right) \right) \right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\{(-0.485868, 0.240606)\}$

$\lim_{x \downarrow -1} f(x) = \infty$, $\lim_{x \uparrow 0} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \downarrow 1} f(x) = \infty$.

Asymptotes verticales simples: $x = -1$, $x = 0$ et $x = 1$

Du côté $+\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \rightarrow -\infty$

Du côté $-\infty$, fonction non définie.

Tableau de variations

x	-1	-0.486	-0.414	0	1	2.414	∞	
$sgn(f(x))$		+	+	+	0	-		
$sgn(f'(x))$		-	-	-	-	-		
$sgn(f''(x))$		+	0	-	-	-		
$var(f(x))$								

Graphique

