

Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

Exercice e11-16

$$f(x) = (x + 2)e^{1/x}$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html

Corrigé

Ensemble de définition de f : $x < 0$ ou $x > 0$

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$x < -2$
	nul pour	$x = -2$
	positif pour	$-2 < x < 0$ ou $x > 0$

$$f'(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}(-2 + x)(1 + x)}{x^2}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$-1 < x < 0$ ou $0 < x < 2$
	nul pour	$x = -1$ ou $x = 2$
	positif pour	$x < -1$ ou $x > 2$

$$f''(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}(2 + 5x)}{x^4}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$x < -\frac{2}{5}$
	nul pour	$x = -\frac{2}{5}$
	positif pour	$-\frac{2}{5} < x < 0$ ou $x > 0$

Candidat(s) extremum(s) : $\left\{ \left(-1, \frac{1}{e}\right), \left(2, 4\sqrt{e}\right) \right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\left\{ \left(-\frac{2}{5}, \frac{8}{5e^{5/2}}\right) \right\}$

$\lim_{x \uparrow 0} f(x) = 0$ et $\lim_{x \downarrow 0} f(x) = \infty$. Asymptote verticale simple $x = 0$.

Pour la dérivée, $\lim_{x \uparrow 0} f'(x) = 0$

Du côté $+\infty$, asymptote affine $y = (1)x + (3)$

Du côté $-\infty$, asymptote affine $y = (1)x + (3)$

Tableau de variations

x	$-\infty$	-2	-1	-0.4	0	2	∞
$sgn(f(x))$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$sgn(f'(x))$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
$sgn(f''(x))$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$var(f(x))$	$-\infty$						∞

Graphique

