

Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

Exercice el1-09

$$f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{x}$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques
www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html

Corrigé

Ensemble de définition de $f : x > 0$

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$x \in \{\}$
	nul pour	$x = 1$
	positif pour	$0 < x < 1$ ou $x > 1$

$$f'(x) = -\frac{(-2 + \ln(x)) \ln(x)}{x^2}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$0 < x < 1$ ou $x > e^2$
	nul pour	$x = 1$ ou $x = e^2$
	positif pour	$1 < x < e^2$

$$f''(x) = \frac{2(1 - 3 \ln(x) + (\ln(x))^2)}{x^3}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$e^{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}} < x < e^{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}}$
	nul pour	$x = e^{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}}$ ou $x = e^{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}}$
	positif pour	$0 < x < e^{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}}$ ou $x > e^{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}}$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$1.46516 < x < 13.7087$
	nul pour	$x = 1.46516$ ou $x = 13.7087$
	positif pour	$0 < x < 1.46516$ ou $x > 13.7087$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(1, 0), (e^2, \frac{4}{e^2})\}$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(1, 0), (7.38906, 0.541341)\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion :

$$\left\{ \left(e^{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}}, \frac{1}{4} (-3 + \sqrt{5})^2 e^{\frac{1}{2}(-3 + \sqrt{5})} \right), \left(e^{\frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})}, \frac{1}{4} (3 + \sqrt{5})^2 e^{-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}} \right) \right\}$$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\{(1.46516, 0.0995781), (13.7087, 0.49998)\}$

$\lim_{x \downarrow 0} f(x) = \infty$. Asymptote verticale simple $x = 0$

Du côté $+\infty$, asymptote horizontale $y = 0$

Du côté $-\infty$, fonction non définie.

Tableau de variations

x	0	1	1.465	7.389	13.709	∞				
$sgn(f(x))$		+	0	+	+	+	+	+	+	
$sgn(f'(x))$		-	0	+	+	+	0	-	-	
$sgn(f''(x))$		+	+	+	0	-	-	-	0	+
$var(f(x))$										

Graphique

