

Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

Exercice el1-08

$$f(x) = x(-2(\ln(x))^2 + \ln(x) + 1)$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html

Corrigé

Ensemble de définition de $f : x > 0$

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$0 < x < \frac{1}{\sqrt{e}}$ ou $x > e$
	nul pour	$x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ ou $x = e$
	positif pour	$\frac{1}{\sqrt{e}} < x < e$

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$0 < x < 0.606531$ ou $x > 2.71828$
	nul pour	$x = 0.606531$ ou $x = 2.71828$
	positif pour	$0.606531 < x < 2.71828$

$$f'(x) = -(2 + \ln(x))(-1 + 2\ln(x))$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$0 < x < \exp(-2)$ ou $x > \exp(1/2)$
	nul pour	$x = \exp(-2)$ ou $x = \exp(1/2)$
	positif pour	$\exp(-2) < x < \exp(1/2)$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$0 < x < 0.135335$ ou $x > 1.64872$
	nul pour	$x = 0.135335$ ou $x = 1.64872$
	positif pour	$0.135335 < x < 1.64872$

$$f''(x) = -\frac{3 + 4\ln(x)}{x}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$x > \frac{1}{e^{3/4}}$
	nul pour	$x = \frac{1}{e^{3/4}}$
	positif pour	$0 < x < \frac{1}{e^{3/4}}$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$x > 0.472367$
	nul pour	$x = 0.472367$
	positif pour	$0 < x < 0.472367$

Candidat(s) extremum(s) : $\left\{\left(\frac{1}{e^2}, -\frac{9}{e^2}\right), (\sqrt{e}, \sqrt{e})\right\}$

Candidat(s) extremum(s) : $\{(0.135335, -1.21802), (1.64872, 1.64872)\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\left\{\left(\frac{1}{e^{3/4}}, -\frac{7}{8e^{3/4}}\right)\right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\{(0.472367, -0.413321)\}$

$\lim_{x \downarrow 0} f(x) = 0$. Aucune asymptote verticale. Pour la dérivée, $\lim_{x \downarrow 0} f'(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$. Du côté $+\infty$, pas d'asymptote affine.

Du côté $-\infty$, fonction non définie.

Tableau de variations

x	0	0.135	0.472	0.606	1.649	2.718	∞				
$sgn(f(x))$		-	-	-	0	+	+	+	0	-	
$sgn(f'(x))$		-	0	+	+	+	+	+	0	-	-
$sgn(f''(x))$		+	+	+	0	-	-	-	-	-	
$var(f(x))$											

Graphique

