

Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

Exercice el1-01

$$f(x) = \ln \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques
www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html

Corrigé

Ensemble de définition de $f : x > 0$

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$x \in \{\}$
	nul pour	$x \in \{\}$
	positif pour	$x > 0$

$$f'(x) = \frac{(-1+x)(1+x)}{x(1+x^2)}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$0 < x < 1$
	nul pour	$x = 1$
	positif pour	$x > 1$

$$f''(x) = -\frac{-1 - 4x^2 + x^4}{x^2(1+x^2)^2}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$x > \sqrt{2 + \sqrt{5}}$
	nul pour	$x = \sqrt{2 + \sqrt{5}}$
	positif pour	$0 < x < \sqrt{2 + \sqrt{5}}$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$x > 2.05817$
	nul pour	$x = 2.05817$
	positif pour	$0 < x < 2.05817$

Candidat(s) extremum(s) : $\{\{1, \ln(2)\}\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\left\{ \left(\sqrt{2 + \sqrt{5}}, \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{5}}} + \sqrt{2 + \sqrt{5}} \right) \right) \right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\{(2.05817, 0.933753)\}$

$\lim_{x \downarrow 0} f(x) = \infty$

Asymptote verticale simple $x = 0$

Du côté $+\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \rightarrow \infty$

Du côté $-\infty$, fonction non définie.

Tableau de variations

x	$0 \qquad 1 \qquad 2.058 \qquad \infty$				
$sgn(f(x))$	+ \quad + \quad + \quad + \quad +				
$sgn(f'(x))$	- \quad 0 \quad + \quad + \quad +				
$sgn(f''(x))$	+ \quad + \quad + \quad 0 \quad -				
$var(f(x))$					

Graphique

