

Probabilités, corrigé de l'exercice 1-5

Conseil méthodologique : de l'arbre exhaustif au parcours d'une branche

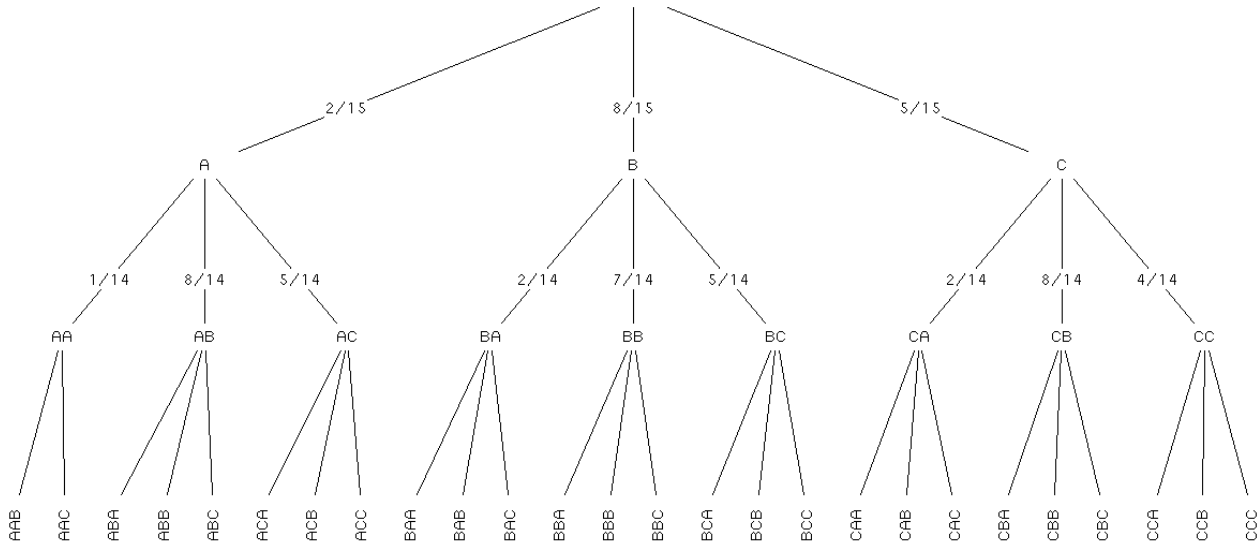
A = événement « le premier article défectueux est destiné à A ».

B = événement « le premier article défectueux est destiné à B ».

C = événement « le premier article défectueux est destiné à C ».

AB = événement « le premier article défectueux est destiné à A et le deuxième est destiné à B ».

Représentation des trois premiers niveaux de l'arbre :



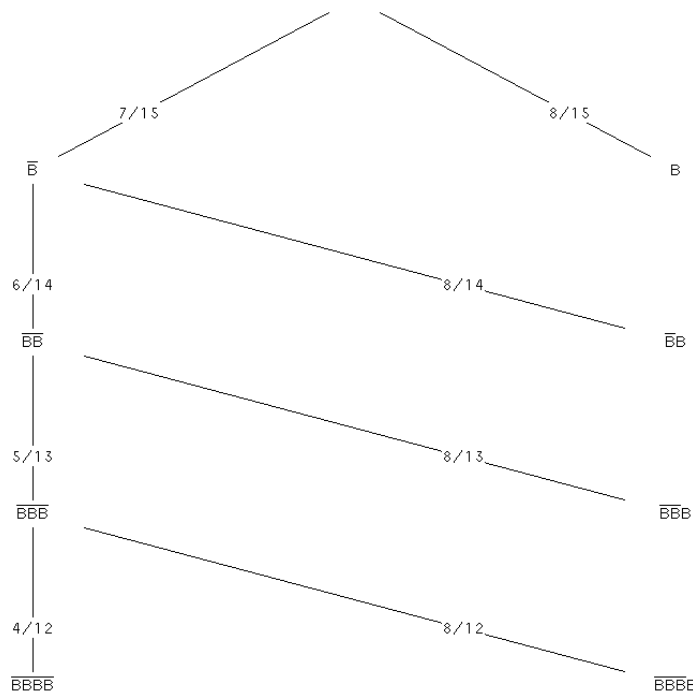
Cette approche, quoique correcte dans son principe, est maladroite dans sa réalisation, car l'arbre à considérer est coûteux à représenter entièrement (dans la figure, il manque encore le quatrième niveau). Il nous faut simplifier la situation, et ne représenter que les branches en relation directe avec la question posée. Au lieu de dessiner un seul arbre pour tout l'exercice, il est avantageux de créer un arbre spécifique pour chaque partie.

Partie a)

B = événement « le premier article défectueux est destiné à B ».

\bar{B} = événement « le premier article défectueux n'est pas destiné à B ».

$\bar{B}\bar{B}$ = « Le premier article défectueux n'est pas destiné à B et le deuxième article défectueux est destiné à B ».



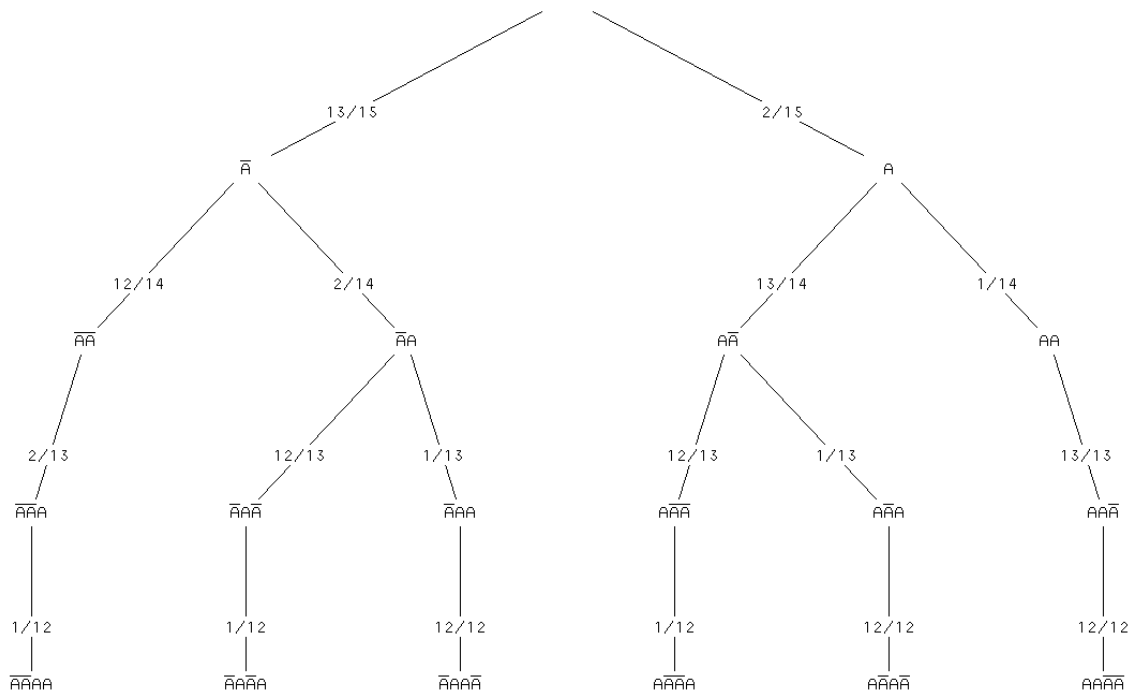
$$P(\bar{B}\bar{B}\bar{B}\bar{B}) = (7/15) * (6/14) * (5/13) * (4/12) = 1/39.$$

Partie b)

A = événement « le premier article défectueux est destiné à A ».

\bar{A} = événement « le premier article défectueux n'est pas destiné à A ».

$\bar{A}A$ = « Le premier article défectueux n'est pas destiné à A et le deuxième article défectueux est destiné à A ».



Probabilité que, parmi les 4 articles défectueux, deux soient destinés à A :

$$P\{2 \bar{A} \text{ et } 2 A\} = P(\bar{A}\bar{A}A\bar{A}) + P(\bar{A}\bar{A}\bar{A}A) + P(\bar{A}A\bar{A}\bar{A}) + P(A\bar{A}\bar{A}\bar{A}) + P(A\bar{A}\bar{A}A) + P(AA\bar{A}\bar{A}) = 6 * P(\bar{A}\bar{A}\bar{A}A) = 6 * (13/15) * (12/14) * (2/13) * (1/12) = 6/105 = \mathbf{2/35}.$$

Partie c)

Pour que B et C reçoivent tous deux 5 articles non défectueux, il faut avoir 3 articles défectueux destinés à B et 1 article défectueux destiné à A.

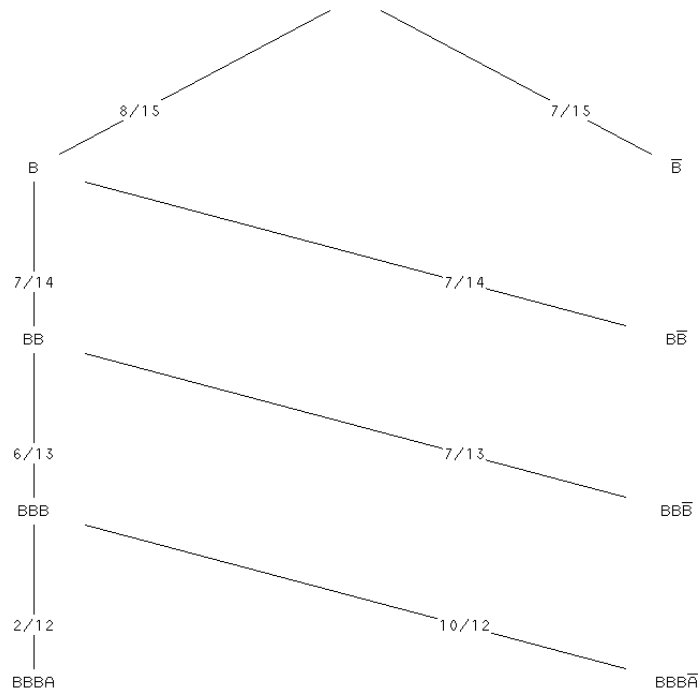
A = événement « l'article défectueux est destiné à A ».

B = événement « l'article défectueux est destiné à B ».

L'événement {3 B et 1 A} correspond, dans l'arbre, à 4 chemins de même probabilité :

$$P\{3 B \text{ et } 1 A\} = P(BBBA) + P(BBAB) + P(BABB) + P(ABBB) = 4 * P(BBBA)$$

On peut se contenter de développer un seul chemin de l'arbre :



$$P\{3 B \text{ et } 1 A\} = 4 * P(BBBA) = 4 * (8/15) * (7/14) * (6/13) * (2/12) = \mathbf{16/195}.$$

Outil en ligne pour dessiner un arbre de probabilités composées :

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/prob/calculateur/index.html>

Probabilités, énoncés des exercices :

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/prob/1/exercices-1.pdf>