Niveau standard: activités à choix
Niveau avancé: toutes les activités

Edition 2007-2008 / DELM

Dérivée I

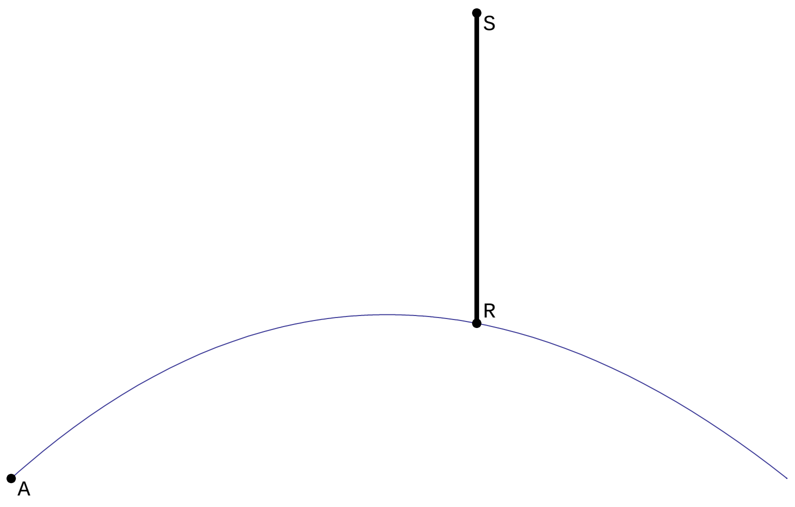
Liens hypertextes

Dérivée I - Activités préparatoires - Corrigés:
http://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Derivees/1/Derivee_1-Preparation-Corriges.pdf
Dérivée I - Cours
http://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Derivees/1/Derivee_1-Cours.pdf
Dérivée I - Exercices de niveau standard:
http://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Derivees/1/Derivee_1-Exercices_standard.pdf
Dérivée I - Exercices de niveau avancé:
http://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/Derivees/1/Derivee_1-Exercices_avance.pdf
Supports de cours de mathématiques, niveau secondaire II (page mère):
http://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/index.html

§ 0 Activités préparatoires

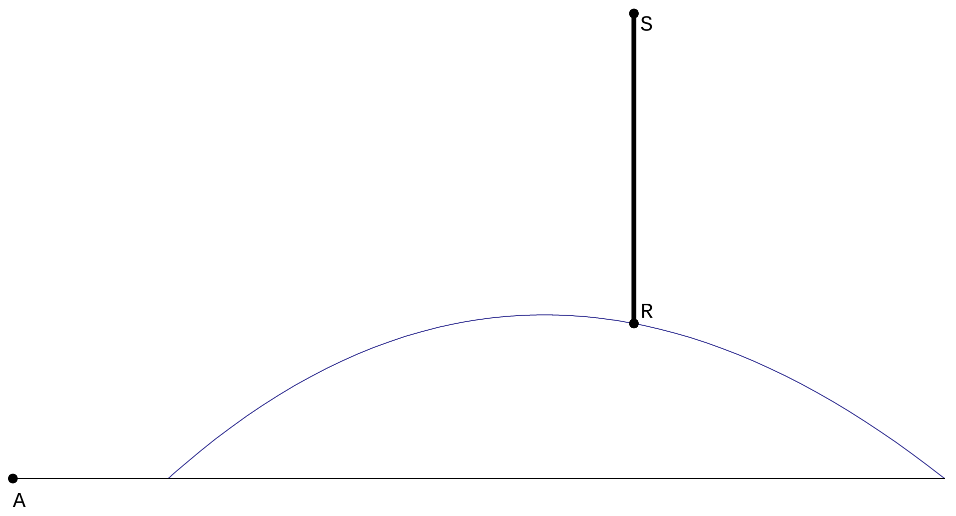
§ 0.1 Première famille de situations

- Activité 1 A



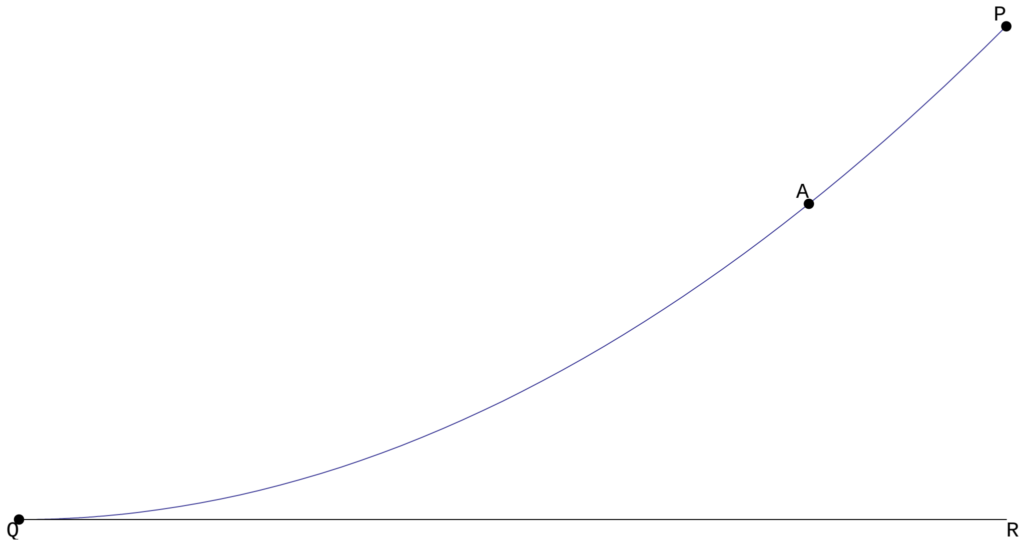
Sur une colline se dresse un mât RS. Au pied de la colline se trouve un observateur dont l'oeil est situé en A. Dessinez la partie visible du mât.

■ Activité 1 B



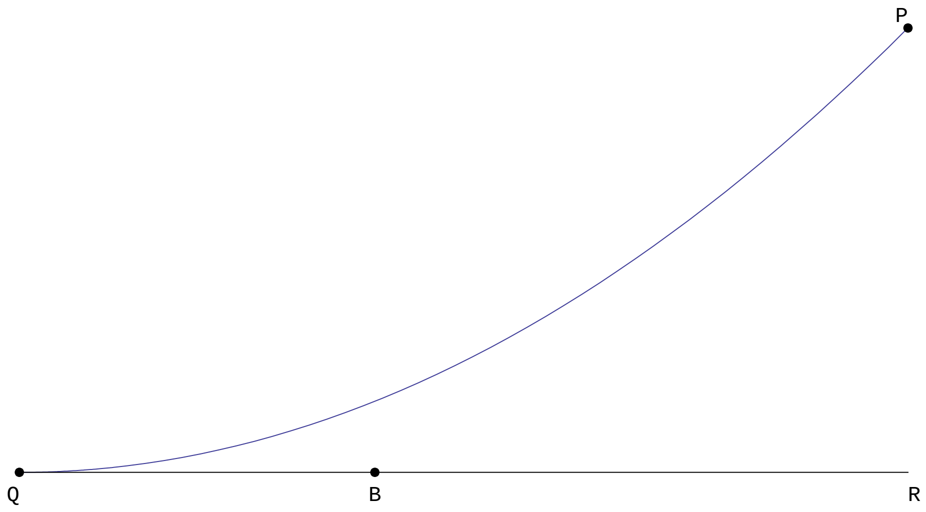
Sur une colline se dresse un mât RS. A proximité de la colline se trouve un observateur dont l'oeil est situé en A. Dessinez la partie visible du mât.

■ Activité 1 C



Dans un jeu vidéo, un avion se déplace sur une trajectoire courbe de P vers Q. Au point A, il tire droit devant lui. Déterminez graphiquement le point d'impact au sol sur la droite QR.

Activité 1 D



En quel point de la trajectoire PQ l'avion doit-il tirer droit devant lui afin que son tir aboutisse au point B ?

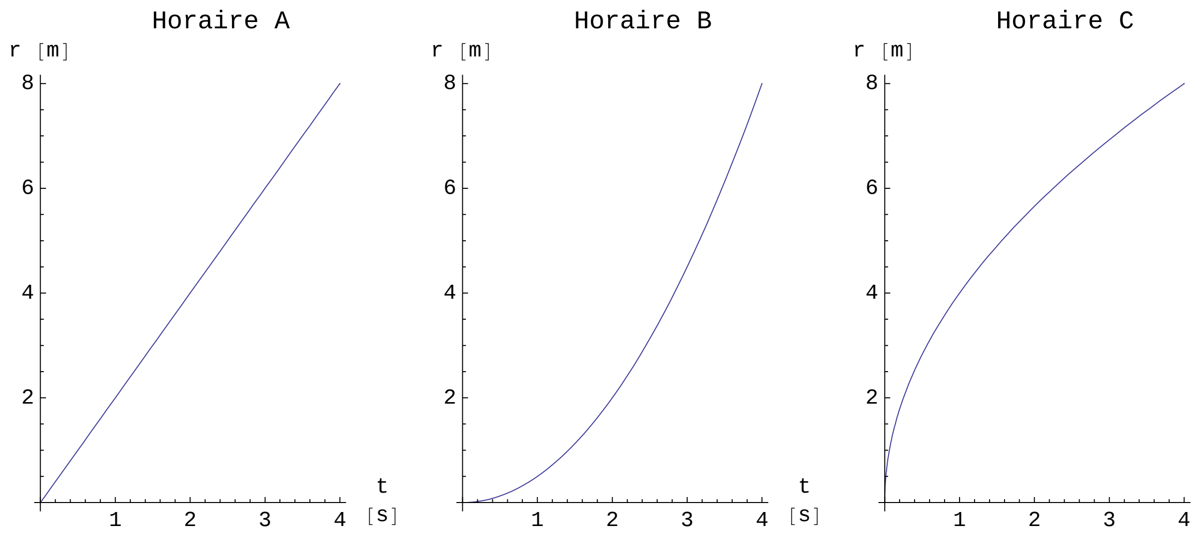
Observation

Pour ces quatre premières situations, le concept clé est la tangente en un point d'une courbe.

§ 0.2 Deuxième famille de situations

■ Activité 2

On donne les horaires de trois mobiles (un horaire est une fonction qui, à chaque instant t, fait correspondre la position r sur un axe gradué).



a) Lequel des trois horaires décrit le mieux le démarrage d'un véhicule ?

b) Quelle est, pour chaque horaire, la distance parcourue après 1 s ? après 2 s ? après 3 s ? après 4 s ?

c) Quelle est, pour chaque horaire, la vitesse moyenne sur l'intervalle de temps $[0;\ 1\,s]$? sur $[0;\ 2\,s]$? sur $[0;\ 3\,s]$? sur $[0;\ 4\,s]$?

d) Quelle est, pour chaque horaire, la vitesse moyenne durant la première seconde ? la deuxième seconde ? la troisième seconde ? la quatrième seconde ?

e) Pour chaque horaire, esquissez qualitativement le graphique de la vitesse en fonction du temps.

■ Concept à établir: la vitesse moyenne

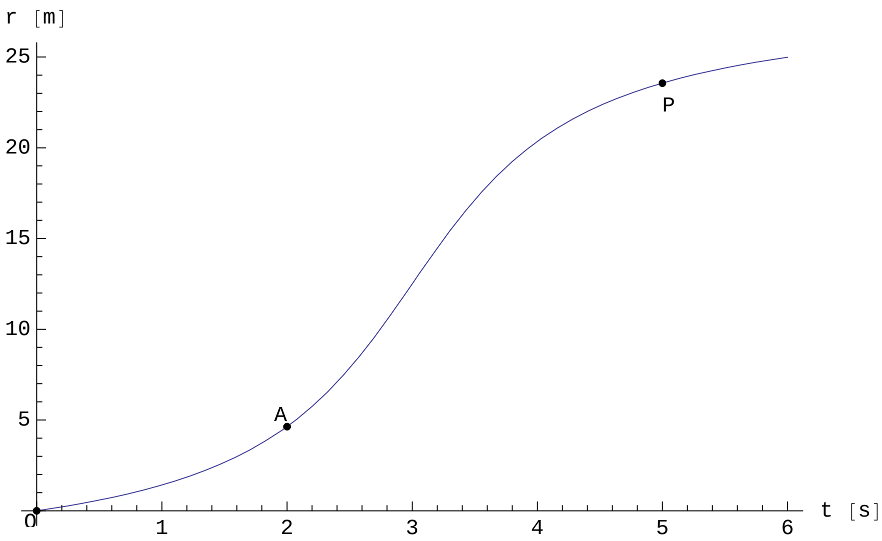
Supposons donné le graphe de l'horaire d'un mobile. Pour un intervalle de temps $[t_1,\ t_2]$, considérons les points $P_1(t_1,\ r(t_1))$ et $P_2(t_2,\ r(t_2))$ du graphe. La vitesse moyenne du mobile entre les instants t_1 et t_2 (ou sur l'intervalle $[t_1,\ t_2]$) est graphiquement donnée par la pente de la sécante $P_1 P_2$:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\text{variation de la position}}{\text{variation du temps}} = \text{pente du segment } P_1 P_2$$

§ 0.3 Troisième famille de situations

■ Activité 3 A

On donne le graphique de l'horaire d'une locomotive



a) Estimez graphiquement la vitesse de la locomotive au voisinage du point A.
b) Estimez graphiquement la vitesse de la locomotive au voisinage du point P.
c) Estimez graphiquement la vitesse de la locomotive au voisinage du point O.

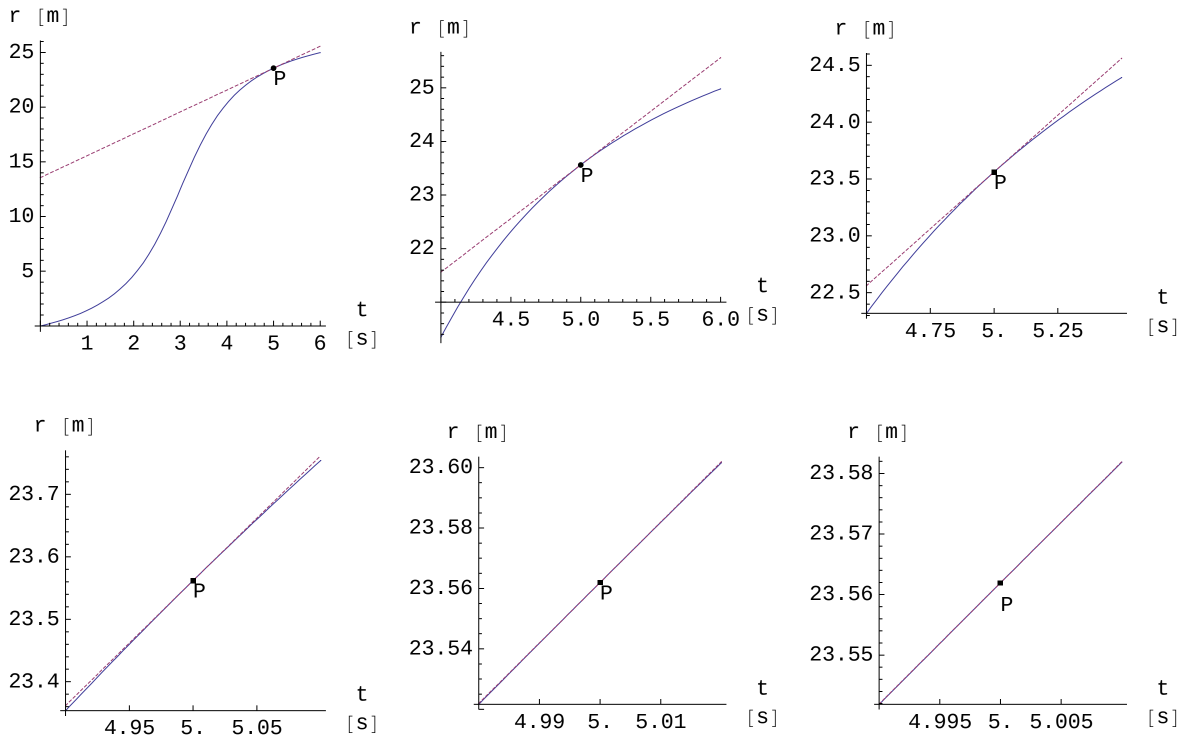
d) A quel instant la vitesse est-elle maximale ?
e) A quel(s) instant(s) la vitesse est-elle égale à $4 \frac{m}{s}$?

■ Concepts à former: la vitesse instantanée

Voir aussi: *Compléments et corrigés* (distibué plus tard).

■ Activité 3 B

Reprenons le graphique de l'horaire de l'activité 3 A et effectuons une suite de zooms sur le point P.
On obtient les graphiques suivants dans lesquels la tangente à la courbe en P est représentée en traitillé.



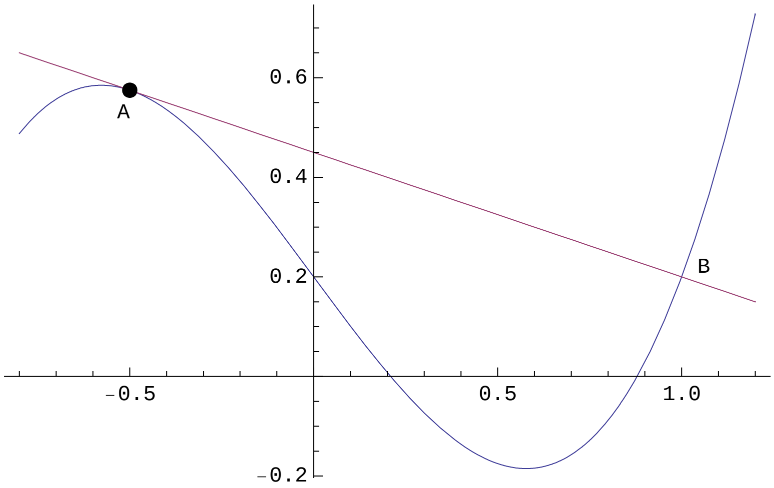
Observez que

- au voisinage du point P, la courbe est proche d'une droite;
- que cette droite est la tangente à la courbe en P;
- que l'approximation de la courbe par la tangente est d'autant meilleure que l'on est proche de P.

■ Concept à former

La tangente en *P* est la meilleure approximation de la courbe au voisinage de *P* par une droite.

■ Activité 3 C



Dans la figure précédente,

la droite est-elle tangente à la courbe en A ?

la droite est-elle tangente à la courbe en B ?

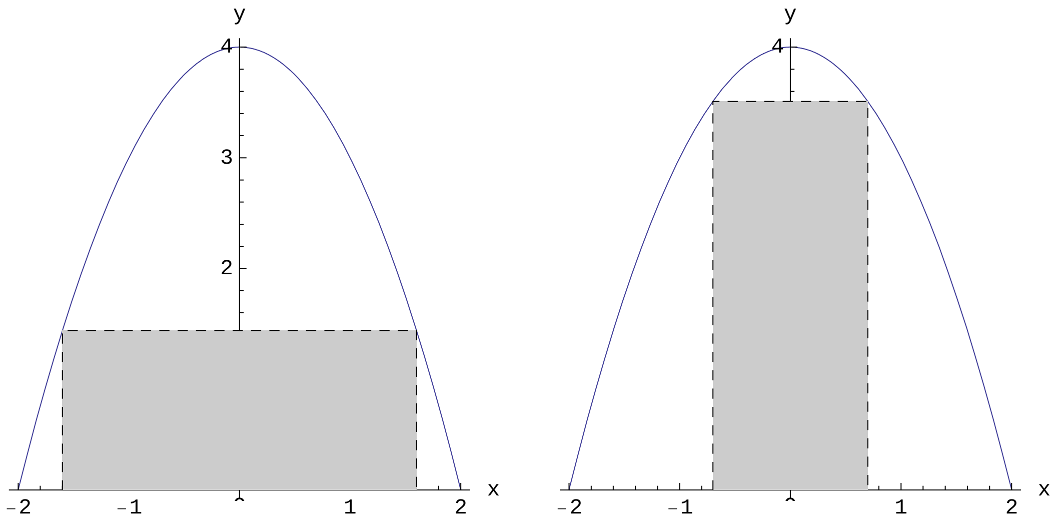
■ Remarque

La notion de tangente est une notion <u>locale</u>; il est important de préciser: la droite est tangente à la courbe <u>en A</u>.

§ 0.4 Quatrième famille de situations

■ Activité 4 A

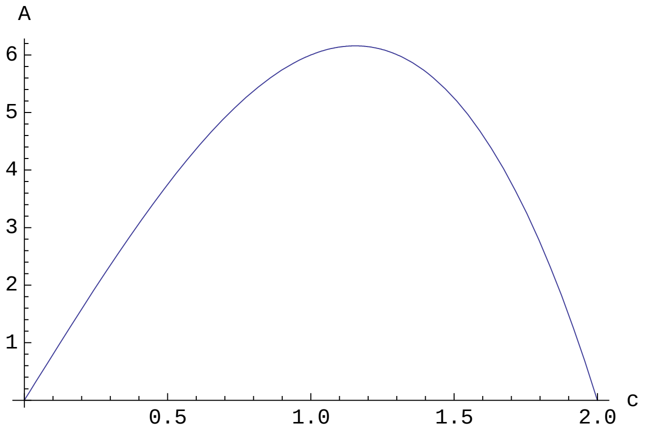
Dans le domaine limité défini par l'axe des x et la parabole $y = -x^2 + 4$, on inscrit un rectangle dont l'un des côtés repose sur l'axe Ox. Déterminez les dimensions du rectangle dont l'aire est maximale.



Nommons c la moitié du côté qui repose sur l'axe Ox.

a) Montrez que l'aire du rectangle vaut $A(c) = -2\,c^3 + 8\,c$.

b) On donne le graphe de $A(c)$.



Déterminez graphiquement la valeur de c pour laquelle l'aire est maximale.

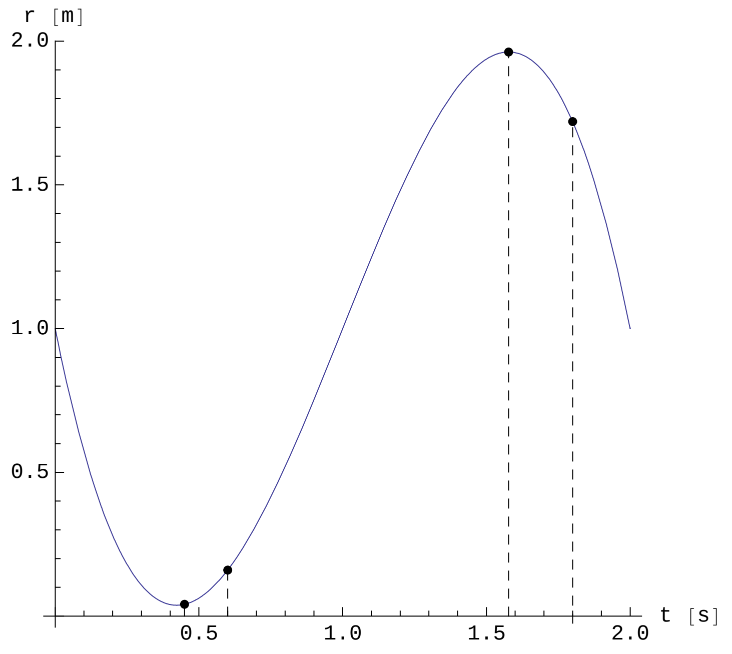
■ Concept à former

Sous des hypothèses que nous préciserons plus tard, un <u>extremum</u> d'une fonction est un point de la courbe où <u>la tangente est horizontale</u>, donc de pente nulle.

Exercices

■ Exercice 0-1

On donne le graphique de l'horaire d'un mobile.

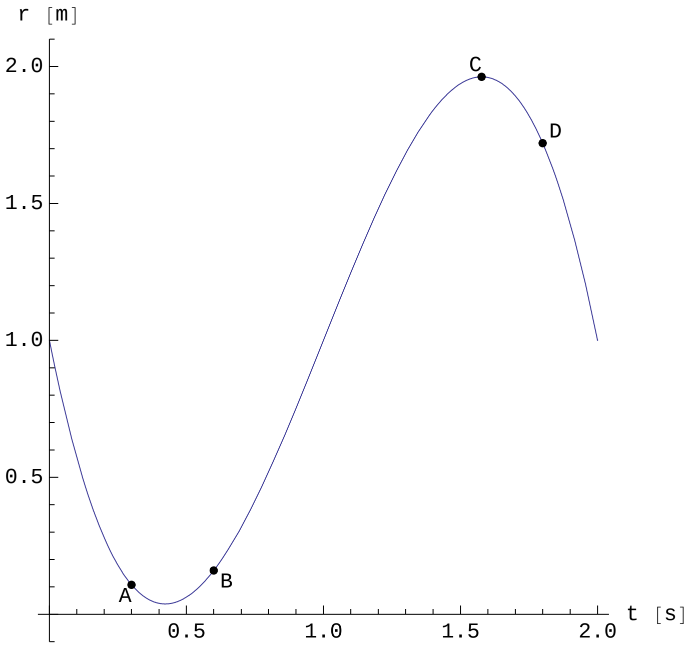


Estimez la vitesse moyenne du mobile sur les intervalles de temps suivants

$[a,\ b]$, $[b,\ c]$, $[a,\ c]$, $[c,\ d]$.

■ Exercice 0-2

On donne le graphique de l'horaire d'un mobile.

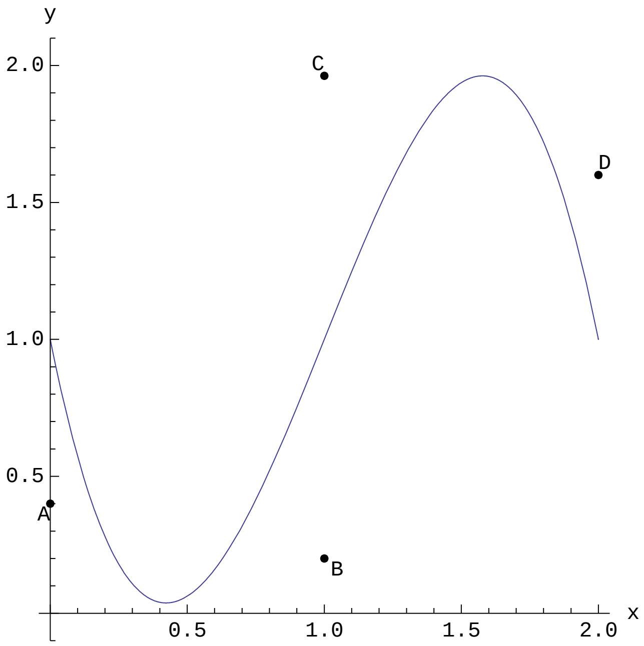


a) Tracez les tangentes à la courbe aux points A, B, C, D.

b) Estimez la pente de chaque tangente.

c) En déduire la vitesse instantanée aux points correspondants. En particulier, interprétez les vitesses négatives.

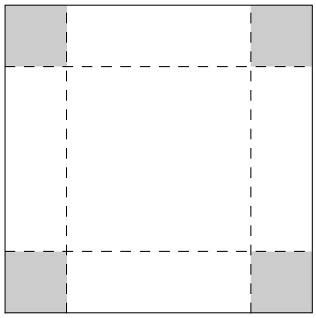
■ Exercice 0-3



Tracez les tangentes à la courbe qui passent par les points A, B, C, D. Pour chaque tangente, estimez les coordonnées du point de tangence.

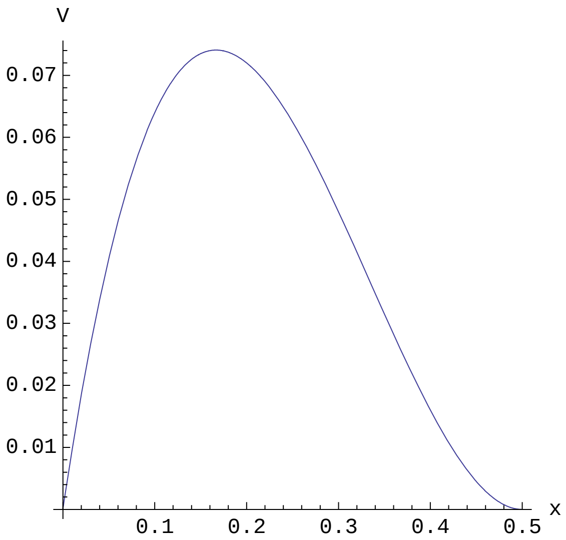
■ Exercice 0-4

Dans une feuille carrée de côté 1, on enlève les quatre carrés grisés de côté x (voir figure) pour former, avec la partie restante, une boîte parallélépipédique à base carrée. Comment choisir x pour que le volume de la boîte soit maximal ?



a) Montrez que le volume de la boîte vaut $V = 4x^3 - 4x^2 + x$.

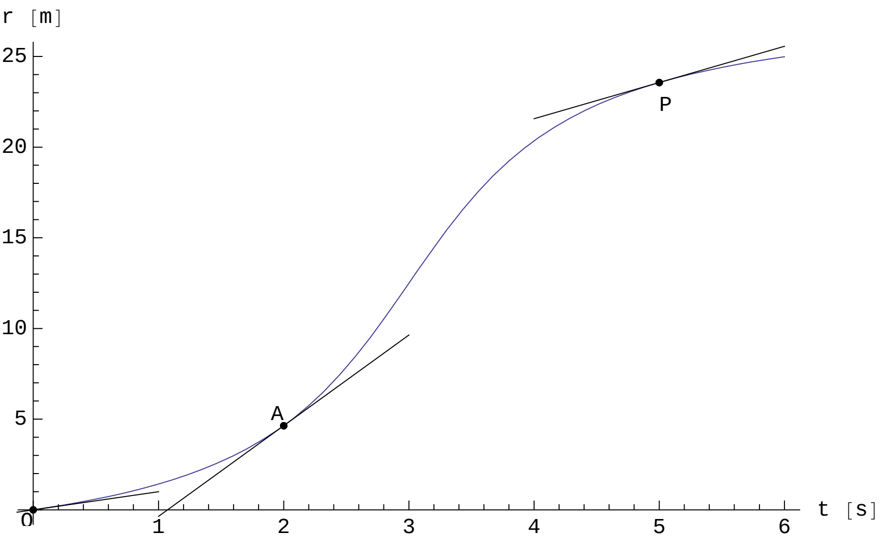
b) On donne le graphique de la fonction $V(x)$



Déterminez graphiquement la valeur de x pour laquelle le volume de la boîte est maximal.

Corrigés et compléments

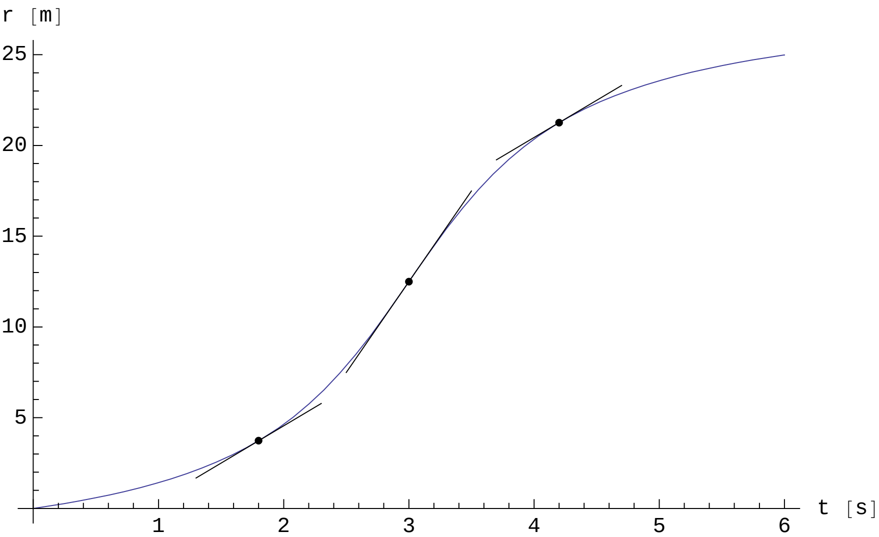
■ Activité 3 A



a) A l'instant $t = 2\,s$, la vitesse de la locomotive vaut environ $5\,\frac{m}{s}$.

b) A l'instant $t = 5\,s$, la vitesse de la locomotive vaut environ $2\,\frac{m}{s}$.

c) A l'instant $t = 0$, la vitesse de la locomotive vaut environ $1\,\frac{m}{s}$.



d) C'est à l'instant $t = 3\,s$ que la vitesse de la locomotive est maximale (elle est alors de $10\,\frac{m}{s}$).
Le point demandé est $(3;\ r(3)) \approx (3;\ 12.5)$.

e) Il y a deux solutions: $t_1 \approx 1.8\,s$ et $t_2 \approx 4.2\,s$.

■ Concepts à former: la vitesse instantanée

Dans le graphique de l'horaire, la vitesse à un instant donné est représentée par la pente de la tangente au graphique de l'horaire au point correspondant. La vitesse à un instant donné est appelée <u>vitesse instantanée</u>.