Marcel Délèze
Edition 2017

Thème: Dérivées partielles

Lien vers les énoncés des exercices :
https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/plusieurs-variables/2_DERIVEES_PARTIELLES.pdf

Corrigé de l'exercice 2-1

Fonction

$$\boxed{E(m, v) = \frac{1}{2} m v^2}$$

Dérivées partielles

$$\frac{\partial E(m, v)}{\partial m} = \frac{1}{2} v^2$$

$$\frac{\partial E\left(2\,\text{kg},\ 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{\partial m} = \frac{1}{2}\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \frac{25}{2}\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\frac{\partial E(m, v)}{\partial v} = m\,v$$

$$\frac{\partial E\left(2\,\text{kg},\ 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{\partial v} = 2\,\text{kg}\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 10\,\frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

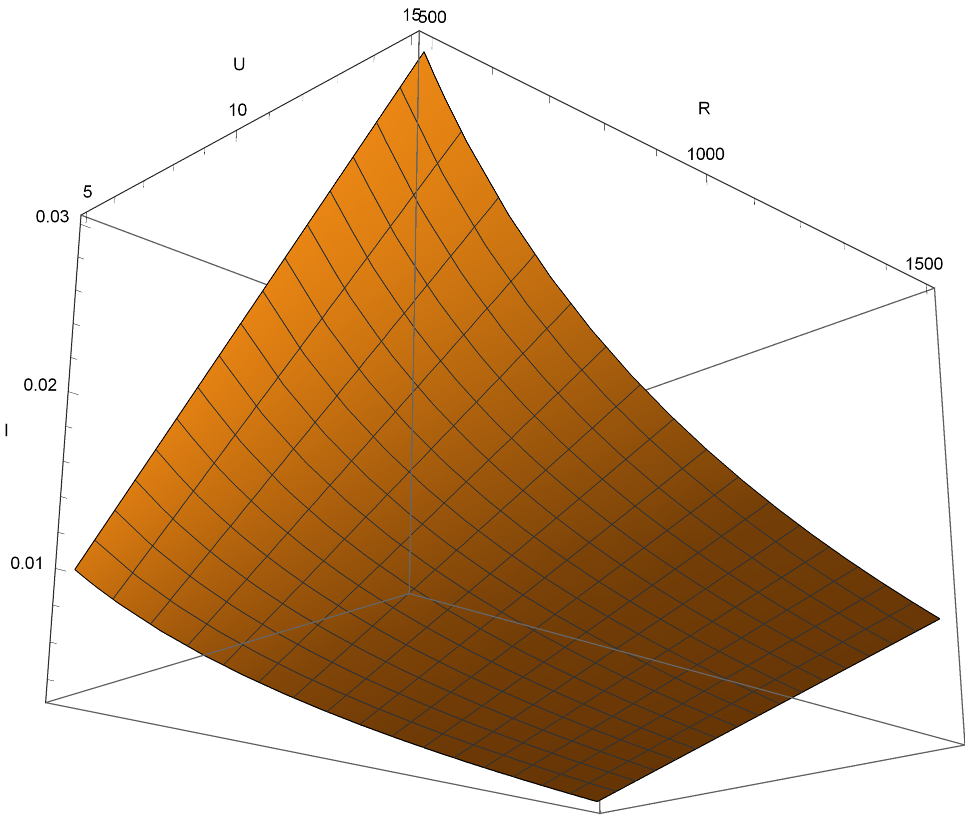
Corrigé de l'exercice 2-2

Fonction et graphique (vue depuis dessous la surface)

$$\boxed{I\ (U,\ R)\ =\ \frac{U}{R}}$$

```
Plot3D[u/r, {u, 5, 15}, {r, 500, 1500}, AxesLabel → {"U", "R", "I"},
  BoxRatios → {2, 3, 2}, ViewPoint → {2, -2, -1}, ImageSize → {500, 500}]
```

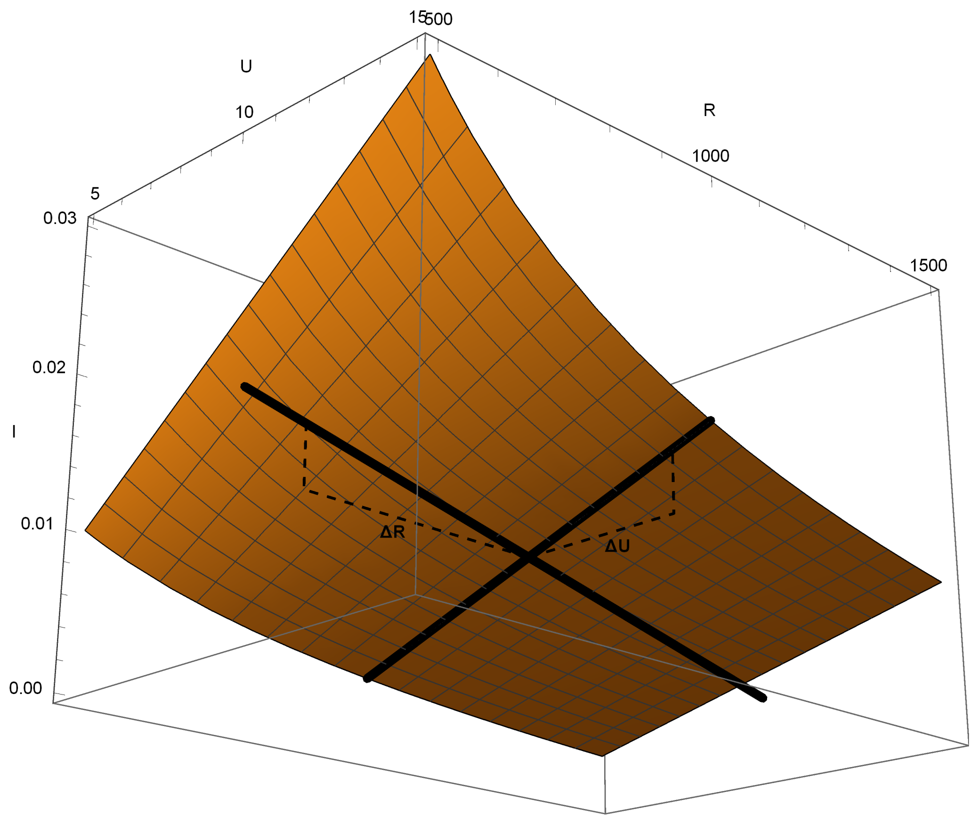
tracé de surfaces · titre d'axe · unité imaginair · rapports de boîte · point de vue spatial · taille d'image



Calculs

$$\frac{\partial I\ (U,\ R)}{\partial U} = \frac{1}{R} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{\partial I\ (10\,V,\ 1000\,\Omega)}{\partial U} = \frac{1}{1000\,\Omega}$$

$$\frac{\partial I\ (U,\ R)}{\partial R} = \frac{-U}{R^2} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{\partial I\ (10\,V,\ 1000\,\Omega)}{\partial R} = \frac{-10\,V}{(1000\,\Omega)^2} = -10^{-5}\ \frac{V}{\Omega^2}$$



Interprétation géométrique (voir fig.)

* La dérivée partielle de *I* par rapport à *U* représente la pente de la droite située dans un plan vertical parallèle à l'axe *U* et tangente à la surface.
* La dérivée partielle de *I* par rapport à *R* représente la pente de la droite située dans un plan vertical parallèle à l'axe *R* et tangente à la surface.

Corrigé de l'exercice 2-3

Dérivées partielles

$$\partial_x\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{t}\right)$$

$$\frac{x}{t\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\partial_x\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{t}\right) /. \{x \to 3\,m,\ y \to 2\,m,\ t \to 5\,s\}$$

$$\frac{3\,m}{5\sqrt{13}\,\sqrt{m^2}\,s}$$

$$\partial_t\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{t}\right)$$

$$-\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{t^2}$$

$$\partial_t\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{t}\right) /. \{x \to 3\,m,\ y \to 2\,m,\ t \to 5\,s\}$$

$$-\frac{\sqrt{13}\,\sqrt{m^2}}{25\,s^2}$$

Corrigé de l'exercice 2-4

Fonction

$$\boxed{v(g, h) = \sqrt{2 g h}}$$

Dérivées partielles

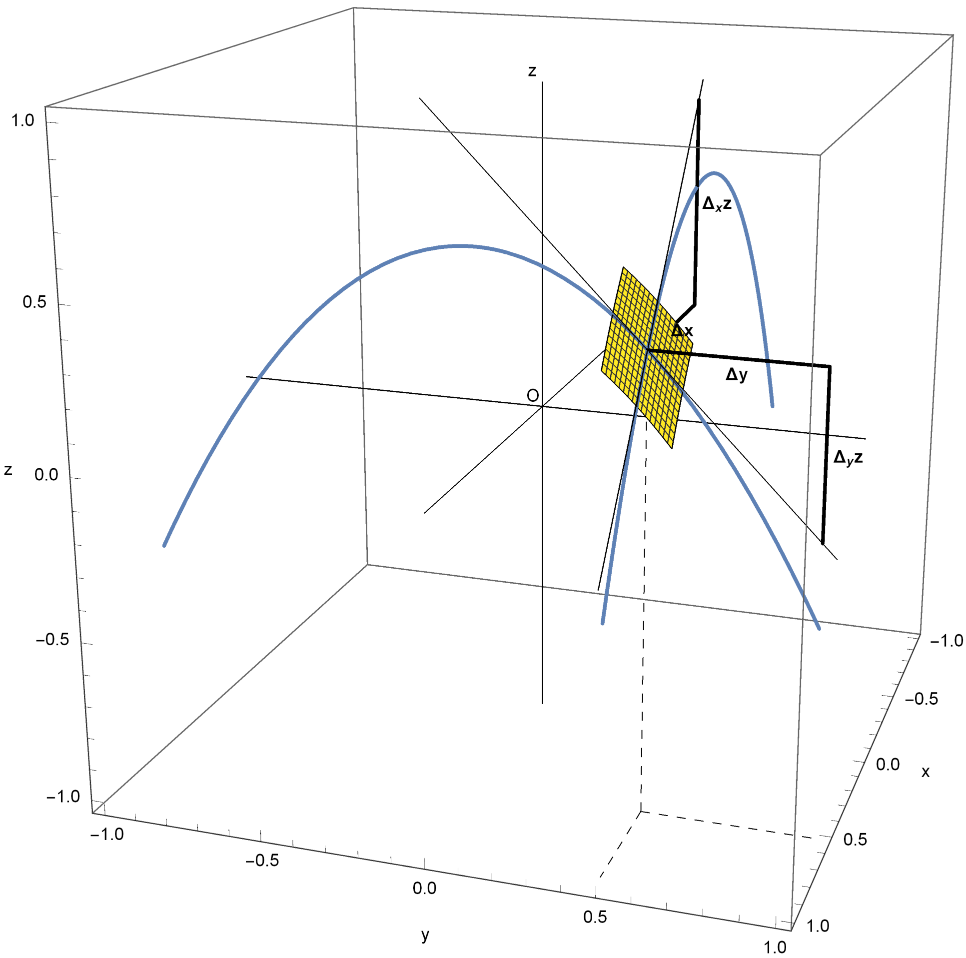
$$\frac{\partial v(g, h)}{\partial g} = \sqrt{2 h} \frac{\partial}{\partial g} \left(g^{\frac{1}{2}}\right) = \sqrt{2 h} \frac{1}{2 \sqrt{g}} = \sqrt{\frac{h}{2 g}}$$

$$\frac{\partial v\left(9.81 \frac{m}{s^2}, 2 m\right)}{\partial g} = \sqrt{\frac{2 m}{2 * 9.81 \frac{m}{s^2}}} = 0.319 s$$

$$\frac{\partial v(g, h)}{\partial h} = \sqrt{2 g} \frac{\partial}{\partial h} \left(h^{\frac{1}{2}}\right) = \sqrt{2 g} \frac{1}{2 \sqrt{h}} = \sqrt{\frac{g}{2 h}}$$

$$\frac{\partial v\left(9.81 \frac{m}{s^2}, 2 m\right)}{\partial h} = \sqrt{\frac{9.81 \frac{m}{s^2}}{2 * 2 m}} = 1.566 \frac{1}{s}$$

Corrigé de l'exercice 2-5



Estimation des dérivées partielles dans le graphique

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0.5;\ 0.6) = \frac{\Delta z}{\Delta x} \simeq -1.2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0.5;\ 0.6) = \frac{\Delta z}{\Delta y} \simeq -1$$