Marcel Délèze
Edition 2017

§ 2 Mouvement rectiligne uniforme

§ 2.1 Définitions

Grandeur constante, grandeur uniforme

Une grandeur *f* est qualifiée de constante lorsque, considérée comme fonction du temps, elle ne varie pas, c'est-à-dire

$$f(t) = \text{const} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \dot{f}(t) = 0$$

Un grandeur *f* est appelée uniforme lorsque, considérée comme fonction de sa position dans l'espace, elle est partout la même.

$$f(x, y, z) = \text{const}$$

Par exemple, dans une pièce, la température peut être

- *constante mais non uniforme* : il fait plus chaud près de la porte que de la fenêtre mais les températures sont les mêmes le matin et le soir;
- *uniforme mais non constante* : dans la pièce, les températures sont partout les mêmes mais il fait plus froid le matin que le soir.

Mouvement uniforme

Un mouvement est appelé uniforme lorsque la vitesse est la même en chaque point de sa trajectoire.
Il s'ensuit que la vitesse est constante.
En d'autres termes, un mouvement est uniforme lorsque l'accélération est nulle.

$$\vec{v}(t) = \overrightarrow{\text{const}} = \vec{v} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \vec{a}(t) = \vec{0}$$

Mouvement rectiligne

Un mouvement est appelé rectiligne lorsque tous les points de la trajectoire sont situés sur une même droite.

Un mouvement peut être rectliligne mais non uniforme. Par exemple, dans le vide, la chute d'un corps lâché avec une vitesse initiale nulle est un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

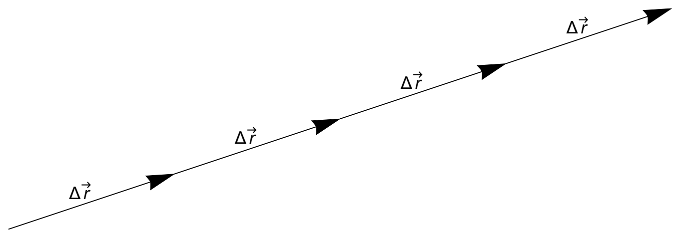
§ 2.2 Première approche intuitive

$$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}\,\Delta t \qquad \text{où } \vec{v} \text{ est constante}$$

On en tire la règle suivante

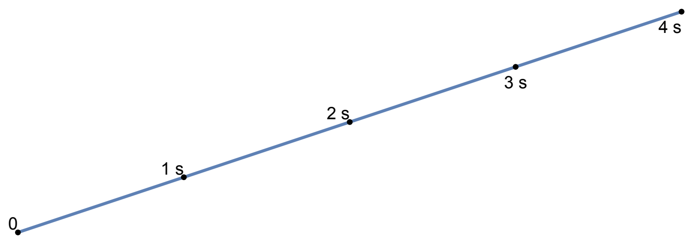
pour des intervalles de temps égaux, les déplacements sont égaux (voir fig.)



Conséquences

1° La trajectoire est une droite, c'est-à-dire le mouvement est rectiligne.

2° Le temps gradue uniformément la trajectoire (voir fig. ci-dessous).



§ 2.3 Equation paramétrique de la droite (complément mathématique)

Equation cartésienne de la droite en dimension 2

Deux points $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ étant donnés, on cherche à quelle condition le point $P(x, y)$ appartient à la droite AB.

le point P appartient à la droite AB

$\Longleftrightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

$\Longleftrightarrow$ le déterminant des vecteurs $\left(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}\right)$ est nul

$$\Longleftrightarrow \det\begin{pmatrix} x - x_1 & x_2 - x_1 \\ y - y_1 & y_2 - y_1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Longleftrightarrow (x - x_1)(y_2 - y_1) - (y - y_1)(x_2 - x_1) = 0$$

En cinématique, on utilise l'équation cartésienne pour décrire la trajectoire d'un mobile en mouvement rectiligne (pas nécessairement uniforme).

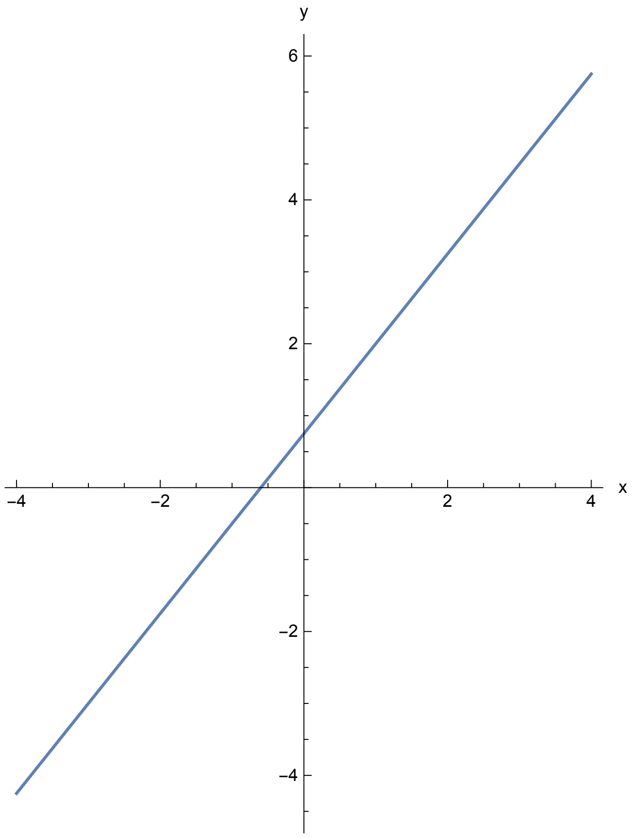
Représentation graphique avec *Mathematica* (exemple)

Si la droite n'est pas verticale, il est possible d'isoler y et de dessiner la fonction affine correspondante.

$$5x - 4y + 3 = 0$$

$$y = \frac{5\,x + 3}{4}$$

```
Plot[(5 x + 3)/4, {x, -4, 4}, AspectRatio → Automatic, AxesLabel → {"x", "y"}]
```
tracé de courbes · rapport d'aspect · automatique · titre d'axe



Equation paramétrique de la droite en dimension 2

Nous répondons à la même question que ci-dessus en utilisant un autre critère

le point P appartient à la droite AB

$\Longleftrightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

$\Longleftrightarrow$ le vecteur $\overrightarrow{AP}$ est un multiple du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ où k est un nombre réel appelé paramètre

$$\Longleftrightarrow \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y - y_1 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x = x_1 + k\,(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + k\,(y_2 - y_1) \end{cases}$$

<u>Représentation graphique</u> avec *Mathematica* (exemple)

Un point d'attache de la droite $5\,x - 4\,y + 3 = 0$ est $A(-3;\ -3)$, un vecteur directeur est $\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$. Le point $P(x;\, y)$appartient à la droite si et seulement si

$$\overrightarrow{AP} = k\,\vec{d}$$

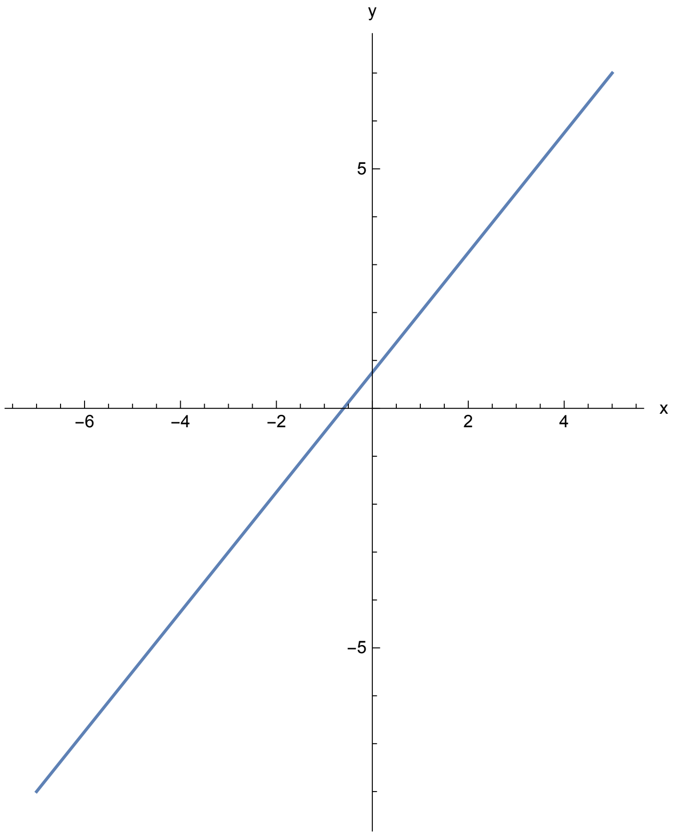
$$\begin{pmatrix} x + 3 \\ y + 3 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 4\,k - 3 \\ y = 5\,k - 3 \end{cases}$$

```
ParametricPlot[{4 k - 3, 5 k - 3}, {k, -1, 2},
  AspectRatio → Automatic, AxesLabel → {"x", "y"}]
```

représentation graphique de courbes paramétrées

rapport d'aspect | automatique | titre d'axe



Equation paramétrique de la droite en dimension 3

Deux points $A(x_1,\ y_1,\ z_1)$, $B(x_2,\ y_2,\ z_2)$ étant donnés, on cherche à quelle condition le point $P(x,\ y,\ z)$ appartient à la droite AB.

le point P appartient à la droite AB

$\Longleftrightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

$\Longleftrightarrow$ le vecteur $\overrightarrow{AP}$ est un multiple du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ où k est un nombre réel appelé paramètre

$$\Longleftrightarrow \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y - y_1 \\ z - z_1 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} \boxed{\begin{array}{l} x = x_1 + k\,(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + k\,(y_2 - y_1) \\ z = z_1 + k\,(z_2 - z_1) \end{array}} \end{cases}$$

A chaque valeur de k correspond un point de la droite

$0 \mapsto A(x_1,\ y_1,\ z_1)$

$1 \mapsto B(x_2,\ y_2,\ z_2)$

$k \mapsto P(x,\ y,\ z)$

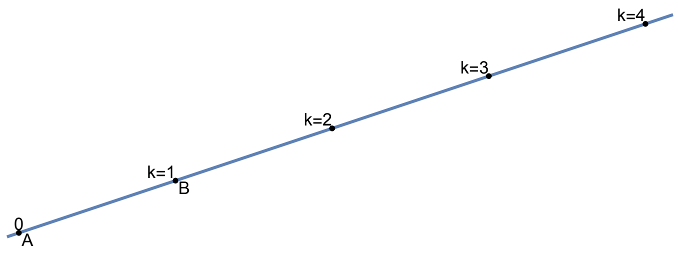
Nous avons ainsi gradué la droite AB au moyen du repère affine

$$\left(A,\ \overrightarrow{AB}\right)$$

où A désigne l'origine (en A, $k = 0$),

$\overrightarrow{AB}$ représente le vecteur unitaire de la graduation en k (en B, $k = 1$),

et la graduation est uniforme (voir fig.)



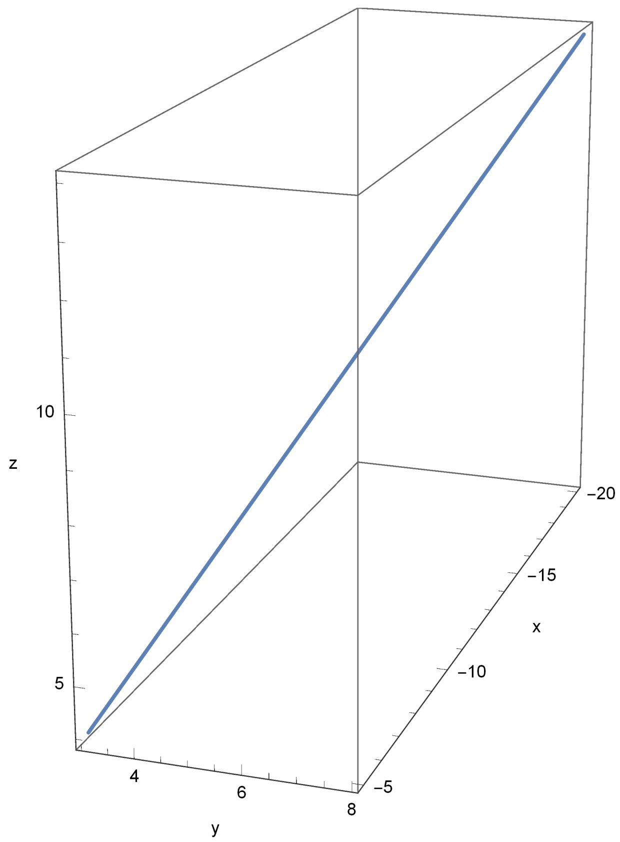
Pour désigner la position d'un point P sur la droite, il suffit de donner la valeur de k correspondante.

<u>Représentation graphique</u> avec *Mathematica* (exemple)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\,k-5 \\ k+3 \\ 2\,k+4 \end{pmatrix}$$

```
ParametricPlot3D[{-3 k - 5, k + 3, 2 k + 4}, {k, 0, 5},
 ViewPoint → {3, 1, 1}, AxesLabel → {"x", "y", "z"}, AspectRatio → Automatic]
```

représentation graphique de surfaces paramétrées | point de vue spatial | titre d'axe | rapport d'aspect | automatique



Conversion de la forme paramétrique à la forme cartésienne, exemple en

dimension 2

Considérons la droite du plan donnée par le système paramétrique

$$\begin{cases} x = 3 + 5\,k \\ y = 8 - 3\,k \end{cases}$$

Pour passer à la forme cartésienne, l'idée est d'éliminer le paramètre *k*. Pour ce faire, on tire *k* d'une équation puis on remplace *k* dans l'autre

$$\begin{cases} k = \frac{x-3}{5} \\ y = 8 - 3\,\frac{x-3}{5} \end{cases}$$

Cette dernière équation est l'équation cartésienne cherchée

$$\frac{3\,x - 9}{5} + y - 8 = 0$$
$$\Longleftrightarrow\ 3\,x - 9 + 5\,y - 40 = 0$$
$$\Longleftrightarrow\ 3\,x\ +\ 5\,y - 49 = 0$$

Au lieu de faire les calculs à la main, on peut utiliser *Mathematica* (consultez l'aide) :

```
Eliminate[{x == 3 + 5 k, y == 8 - 3 k}, k]
```

élimine

3 x == 49 - 5 y

Conversion de la forme paramétrique à la forme cartésienne, exemple en dimension 3

Considérons la droite dans l'espace donnée par le système paramétrique

$$\begin{cases} x = 1 - 3\,t \\ y = 3 + 2\,t \\ z = 7 - 4\,t \end{cases}$$

Contrairement au système paramétrique, le système cartésien ne contient pas de paramètre. Pour obtenir la forme cartésienne, l'idée est d'<u>éliminer le paramètre *t*</u>. Pour ce faire, on tire *t* d'une équation puis on remplace *t* dans les deux autres

$$\begin{cases} t = \frac{-x+1}{3} \\ y = 3 + 2\,\frac{-x+1}{3} \\ z = 7 - 4\,\frac{-x+1}{3} \end{cases}$$

Les deux dernières équations forment le système cartésien cherché

$$\begin{cases} \frac{2\,x-2}{3} + y - 3 = 0 \\ \frac{-4\,x+4}{3} + z - 7 = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 2\,x - 2 + 3\,y - 9 = 0 \\ -4\,x + 4 + 3\,z - 21 = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 2\,x + 3\,y - 11 = 0 \\ -4\,x + 3\,z - 17 = 0 \end{cases}$$

On remarquera qu'une droite dans l'espace est donnée, non par une équation cartésienne, mais par un système de deux équations cartésiennes. La règle est la suivante:

Dans un système, lorsqu'on élimine un paramètre, le nombre d'équations diminue de 1

Interprétation géométrique : chaque équation cartésienne représente un plan dans l'espace; et c'est l'intersection des deux plans qui définit la doite.

Au lieu de faire les calculs à la main, on peut utiliser *Mathematica*.

```
Eliminate[{x == 1 - 3 t, y == 3 + 2 t, z == 7 - 4 t}, t]
élimine
```

$2x == 11 - 3y \,\&\&\, 2y == 13 - z$

Le résultat peut s'écrire de plusieurs manières différentes. Pour obtenir le même résultat que *Mathematica*, il suffit de tirer *t* de la dernière équation et de remplacer *t* dans les deux premières.

§ 2.4 Horaire (approche analytique)

Détermination d'une primitive par calcul intégral (complément mathématique)

Lorsqu'on dérive une fonction polynomiale de degré *n*, sa dérivée est de degré (*n* – 1). Par exemple, la dérivée d'un polynôme de degré 3 donne un polynôme de degré 2

$$f(t) = 5t^3 - 3t^2 + 8t - 12$$
$$\dot{f}(t) = 15t^2 - 6t + 8$$

Réciproquement, cherchons une fonction $f(t)$ dont la dérivée est donnée, par exemple

$$\dot{f}(t) = 2t^2 - 8t + 12$$

Comme la dérivée est un polynôme de degré 2, la fonction cherchée $f(t)$ sera un polynôme de degré 3. On peut poser

$$f(t) = f_3 t^3 + f_2 t^2 + f_1 t + f_0$$

où les coefficients f_3, f_2, f_1, f_0 sont inconnus. Calculons la dérivée de $f(t)$

$$\dot{f}(t) = 3 f_3 t^2 + 2 f_2 t + f_1$$

Comparons les coefficients avec la donnée

$$3 f_3 = 2, \qquad 2 f_2 = -8, \qquad f_1 = 12$$

On en tire la réponse

$$f(t) = \frac{2}{3} t^3 - 4t^2 + 12t + f_0$$

où f_0 est une constante quelconque. Etant donné que $f(0) = f_0$, la constante f_0 est appelée **valeur initiale de la fonction *f*.**

On peut généraliser

$$\text{si} \quad \dot{f}(t) \quad \text{est un polynôme de degré } n \quad \text{alors}$$
$$f(t) \quad \text{est un polynôme de degré } (n+1) \text{ dans lequel apparaît la valeur initiale } f_0$$

Mouvement rectiligne uniforme

<u>Horaire avec</u> $\vec{r}$**(0)**

Par définition, dans un mouvement rectiligne uniforme, le vecteur vitesse est constant

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \vec{v} \qquad \text{où} \qquad v_x,\ v_y,\ v_z \quad \text{sont des constantes réelles}$$

Puisque les composantes de $\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t)$ sont des polynômes de degré 0, les composantes de $\vec{r}(t)$ seront des polynômes de degré 1 en t

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r_{1x}\,t + r_{0x} \\ r_{1y}\,t + r_{0y} \\ r_{1z}\,t + r_{0z} \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} r_{1x} \\ r_{1y} \\ r_{1z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

En comparant les coefficients, on obtient

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_x\,t + r_{0x} \\ v_y\,t + r_{0y} \\ v_z\,t + r_{0z} \end{pmatrix} = \vec{v}\,t + \vec{r}_0$$

où le vecteur $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} r_{0x} \\ r_{0y} \\ r_{0z} \end{pmatrix}$, dénommé "position initiale", indique la position du mobile à l'instant t=0 .

<u>Horaire avec</u> $\vec{r}(t_0)$

Si, au lieu de connaître la position à l'instant 0, on connaît la position à un instant t_0 quelconque, on peut écrire l'horaire sous une forme plus générale. Partons de l'idée que, pendant la durée $\Delta t = t - t_0$, le déplacement $\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)$ est égal à $\vec{v}\,\Delta t$

$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{v}\,\Delta t$$

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \vec{v}\,(t - t_0)$$

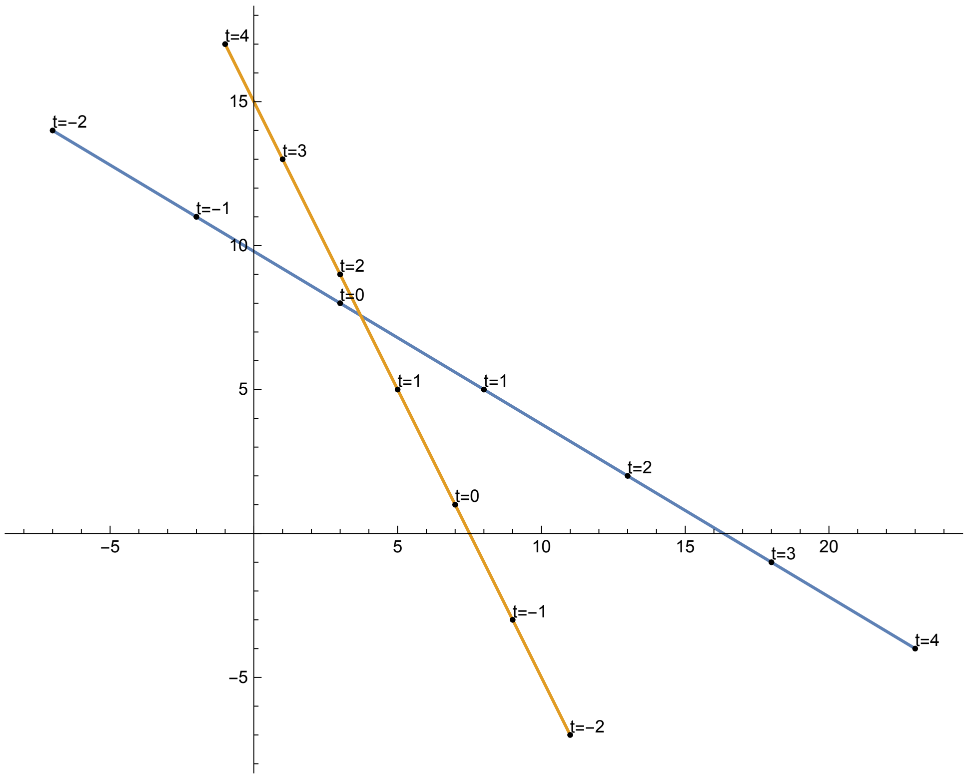
Finalement,

$$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{v} \cdot (t - t_0) + \vec{r}(t_0)}$$

Intersection de deux droites données sous forme paramétrique, exemple en dimension 2

Considérons deux mobiles en mouvement rectiligne uniforme dans un plan dont on donne les deux horaires (*x* et *y* en mètres, *t* en secondes)

$$\begin{cases} x_1(t) = 3 + 5\,t \\ y_1(t) = 8 - 3\,t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x_2(t) = 7 - 2\,t \\ y_2(t) = 1 + 4\,t \end{cases}$$



Méthode graphique

Il faut bien distinguer deux types de questions:

* Les deux mobiles se rencontrent-ils ? Si oui, à quelle heure et à quel endroit ?
* Les deux trajectoires se coupent-elles ? Si oui, à quel endroit ?

En effet, pour qu'ils se rencontrent, il ne suffit pas qu'ils passent au même endroit. Encore faut-il qu'ils y soient en même temps !

En observant la figure et avant tout calcul, on constatera que les trajectoires se coupent mais que les deux mobiles ne se rencontrent pas.

Calculs à la main

Pour répondre à toutes les questions concernant la rencontre des deux mobiles ou l'intersection de leurs trajectoires, on peut procéder comme suit :

nommons t_1 = heure du passage du premier au point d'intersection (x, y);
t_2 = heure du passage du deuxième au point d'intersection (x, y)

puis résolvons le système de quatre équations à quatre inconnues:

$$\begin{cases} x = 3 + 5\,t_1 \\ y = 8 - 3\,t_1 \\ x = 7 - 2\,t_2 \\ y = 1 + 4\,t_2 \end{cases}$$

Eliminons temporairement x et y et calculons les heures de passage au point d'intersection:

$$\begin{cases} 3 + 5\,t_1 = 7 - 2\,t_2 & \times 2 \\ 8 - 3\,t_1 = 1 + 4\,t_2 & \times 1 \end{cases}$$

Dans le but d'éliminer t_2, multiplions la première équation par 2 puis additionnons les deux équations:

$$\begin{cases} 6 + 10\,t_1 = 14 - 4\,t_2 \\ 8 - 3\,t_1 = 1 + 4\,t_2 \end{cases} \Longrightarrow \quad 14 + 7\,t_1 = 15 \quad \Longrightarrow \quad t_1 = \frac{1}{7}$$

Pour calculer t_2, on substitue $t_1 = \frac{1}{7}$dans l'équation $8 - 3\,t_1 = 1 + 4\,t_2$

$$8 - 3 \times \frac{1}{7} = 1 + 4\,t_2 \quad \Longrightarrow \quad 4\,t_2 = \frac{46}{7} \quad \Longrightarrow \quad t_2 = \frac{23}{14}$$

Pour calculer les coordonnées du point d'intersection $(x,\ y)$, on substitue $t_1 = \frac{1}{7}$dans l'horaire du premier mobile

$$x = 3 + 5 \times \frac{1}{7} = \frac{26}{7}, \qquad y = 8 - 3 \times \frac{1}{7} = \frac{53}{7}$$

Conclusions:

* les deux trajectoires se coupent au point $(x,\ y) = \left(\frac{26}{7}, \frac{53}{7}\right)$;
* au point d'intersection, le premier mobile passe à l'instant $\frac{1}{7}$ et le deuxième à l'instant $\frac{23}{14}$;
  comme ils n'y passent pas en même temps, ils ne se rencontrent pas.

Calculs avec *Mathematica*

Pour répondre à toutes les questions concernant la rencontre des deux mobiles ou l'intersection de leurs trajectoires, on peut procéder comme suit :

nommons t1 = heure du passage du premier au point d'intersection $(x,\ y)$;
t2 = heure du passage du deuxième au point d'intersection $(x,\ y)$

puis résolvons le système de quatre équations à quatre inconnues:

```
Reduce[x == 3 + 5 t1 ∧ y == 8 - 3 t1 ∧ x == 7 - 2 t2 ∧ y == 1 + 4 t2, {x, y, t1, t2}]
réduis
```

$$x == \frac{26}{7} \; \&\& \; y == \frac{53}{7} \; \&\& \; t1 == \frac{1}{7} \; \&\& \; t2 == \frac{23}{14}$$

Conclusions:

* les deux trajectoires se coupent au point $(x,\ y) = \left(\frac{26}{7}, \frac{53}{7}\right)$;
* au point d'intersection, le premier mobile passe à l'instant $\frac{1}{7}$ et le deuxième à l'instant $\frac{23}{14}$;
  comme ils n'y passent pas en même temps, ils ne se rencontrent pas.

Remarque

Dans le cas où les deux mobiles se rencontrent, notre modèle suppose que les deux mobiles se rencontrent **sans interférer**, c'est-à-dire sans exercer d'influence l'un sur l'autre. Il ne s'agit pas ici d'un problème de collision (choc élastique ou inélastique) car les deux mobiles poursuivent leur course sans changer de vitesse.

Exercices du § 2

Exercice 2-1

On donne les points du plan

$$A\ (1;\ 3), \qquad B\ (5;\ -2)$$

a) Ecrivez l'équation cartésienne de la droite AB.
b) Ecrivez un système d'équations paramétriques de la droite AB.
c) Ecrivez un autre système d'équations paramétriques de la même droite AB.
d) Ecrivez un système d'équations paramétriques de la droite AB tel que

en A le paramètre vaut 7 et en B le paramètre vaut 2.

Exercice 2-2

On donne les points de l'espace

$$A\,(1;\ 3;\ -2),\qquad B\,(5;\ -2;\ 1)$$

a) Ecrivez un système d'équations paramétriques de la droite AB.

b) Ecrivez un système d'équations paramétriques de la droite AB tel que en A le paramètre vaut 5 et en B le paramètre vaut 12.

Exercice 2-3

De la droite d'équation $3x + 2y - 5 = 0$, on cherche deux représentations paramétriques telles que

$$\begin{cases} x_1 = -2k \\ y_1 = ? \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = ? \\ y_2 = \frac{5}{3} + 3t \end{cases}$$

Complétez les systèmes d'équations paramétriques.

Exercice 2-4

On donne les équations paramétriques de deux droites

$$\begin{cases} x_1 = 3 + 2k \\ y_1 = 4 - 5k \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 5 + 3t \\ y_2 = 7 + 2t \end{cases}$$

a) Représentez graphiquement la situation.

b) Déterminez les équations cartésiennes des deux trajectoires.

c) Déterminez les valeurs des paramètres au point d'intersection.

Exercice 2-5

On donne les horaires de deux mobiles (*t* en secondes; *x* et *y* en mètres):

$$\begin{cases} x_1 = -2 + 3t \\ y_1 = 1 - 5t \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 5 + 2t \\ y_2 = -6 - 4t \end{cases}$$

a) Représentez graphiquement la situation.

b) Calculez la vitesse linéaire de chaque mobile.

c) Déterminez par calcul si les deux mobiles se rencontrent.

Exercice 2-6 (facultatif)

Un mobile dont la vitesse est constante passe au point $(100\,m;\ -120\,m)$ à l'instant 10 s et au point $(40\,m;\ 60\,m)$ à l'instant 20 s. Quel est son horaire ?

Exercice 2-7

Deux mobiles sont animés de mouvements rectilignes uniformes. Le premier passe au point $(6\,m;\ -2\,m)$ à la vitesse $\left(-2\,\frac{m}{s};\ 2\,\frac{m}{s}\right)$. Au même instant, le deuxième passe au point $(10\,m;\ 10\,m)$. Quel doit être l'horaire du deuxième pour rencontrer le premier 4 s plus tard ?

Exercice 2-8

D'un premier mobile, on donne l'horaire

$$\begin{cases} x_1 = t \\ y_1 = 1 + 2t \end{cases}$$

D'un deuxième mobile, on sait que son mouvement est rectiligne uniforme et on connaît l'équation de sa trajectoire ainsi que sa position à l'instant 0

$$3x - y - 2 = 0 \qquad \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Déterminez l'horaire du deuxième afin qu'il rencontre le premier.

Exercice 2-9

On donne les horaires de deux mobiles

$$\begin{cases} x_1 = -2 + 3t \\ y_1 = 1 - 5t \\ z_1 = 2t \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 5 + 2t \\ y_2 = -6 - 4t \\ z_2 = 5 \end{cases}$$

Calculez la vitesse linéaire de chaque mobile.
Les trajectoires se coupent-elles ?
Les deux mobiles se rencontrent-ils ?

Exercice 2-10

On donne les horaires de deux mobiles

$$\begin{cases} x_1 = -8 + 3t \\ y_1 = 11 - 5t \\ z_1 = t - 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 1 + 2t \\ y_2 = 2 - 4t \\ z_2 = 12 - t \end{cases}$$

Les trajectoires se coupent-elles ?
Les deux mobiles se rencontrent-ils ?

Exercice 2-11

On donne les horaires de deux mobiles

$$\begin{cases} x_1 = -2 + 3t \\ y_1 = 1 - 5t \\ z_1 = t - 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 1 + 2t \\ y_2 = 2 - 4t \\ z_2 = 12 - t \end{cases}$$

Les trajectoires se coupent-elles ?
Les deux mobiles se rencontrent-ils ?

Exercice 2-12

On donne les points suivants

$$A\ (1;\ -1;\ 0), \qquad B\ (3;\ 9;\ 5), \qquad C\ (10;\ 2;\ 12)$$

Un premier mobile, en mouvement rectiligne uniforme, passe en A à l'instant $t = 5$ et en B à l'instant $t = 11$.
Un deuxième mobile, aussi en mouvement rectiligne uniforme, passe en C à l'instant $t = 3$.
Déterminez les horaires des deux mobiles de manière qu'ils se rencontrent à l'instant $t = 7$.

Exercice 2-13

Un mobile animé d'une vitesse constante $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ passe par le point $A(-1;\ -4;\ 20)$ à l'instant $t = 9$.

Déterminez son horaire *par calcul intégral* comme dans le § 2.4

Exercice 2-14

On considère la droite qui passe par les points

A (5; -2; 3), B (-1; 3; -4)

a) Déterminez un *système d'équations cartésiennes* de la droite. Faites les calculs à la main.

b) Déterminez un *autre* système d'équations cartésiennes de la droite.

c) Déterminez un troisième système d'équations cartésiennes de la même droite.

Exercice 2-15 (facultatif)

D'un mobile en mouvement rectiligne uniforme dans un plan, on donne

l'équation de sa trajectoire: $3x - 2y + 5 = 0$
l'heure de passage au point A(3; 7): $t = 8$
la norme de sa vitesse: $v = 4$

où les coordonnées spatiales sont données en mètres et le temps est exprimé en secondes.

Déterminez son horaire (ou les horaires possibles).

§ 3 Mouvement uniformément accéléré

§ 3.1 Approche intuitive

Mouvement uniformément accéléré

Un mouvement uniformément accéléré est un mouvement dans lequel l'accélération est constante.

$$\vec{a}(t) = \overrightarrow{\text{const}} = \vec{a}$$

Exemple en dimension 1

Considérons un mouvement rectiligne avec

$$a_x = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \qquad v_x(0) = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad x(0) = 10\,\text{m}$$

Durant chaque seconde, la vitesse augmente de 2 $\frac{m}{s}$. La vitesse évolue comme suit

t	0	1 s	2 s	3 s	4 s	...
$v_x(t)$	$\frac{5\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{7\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{9\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{11\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{13\,\text{m}}{\text{s}}$	...

Pour chaque tranche d'une seconde, estimons
$\overline{v}$ = vitesse moyenne durant la seconde considérée;
Δx = déplacement effectué durant la seconde.

t	[0; 1 s]	[1 s; 2 s]	[2 s; 3 s]	[3 s; 4 s]	...
$\overline{v}$	$\frac{6\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{8\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{10\,\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{12\,\text{m}}{\text{s}}$	...
Δx	6 m	8 m	10 m	12 m	...

En additionnant les déplacement effectués, on peut en déduire la position du mobile

t	0	1 s	2 s	3 s	4 s	...
$x(t)$	10 m	16 m	24 m	34 m	46 m	...

Les formules qui décrivent ce mouvement sont

$$v_x(t) = 5 + 2\,t$$
$$x(t) = 10 + 5\,t + t^2$$

En particulier, la vitesse est un polynôme de degré 1 et l'horaire un polynôme de degré 2.
Nous montrerons plus loin que les formules générales sont

$$v_x(t) = v_x(0) + a_x\,t$$
$$x(t) = x(0) + v_x(0)\,t + \frac{1}{2}\,a_x\,t^2$$

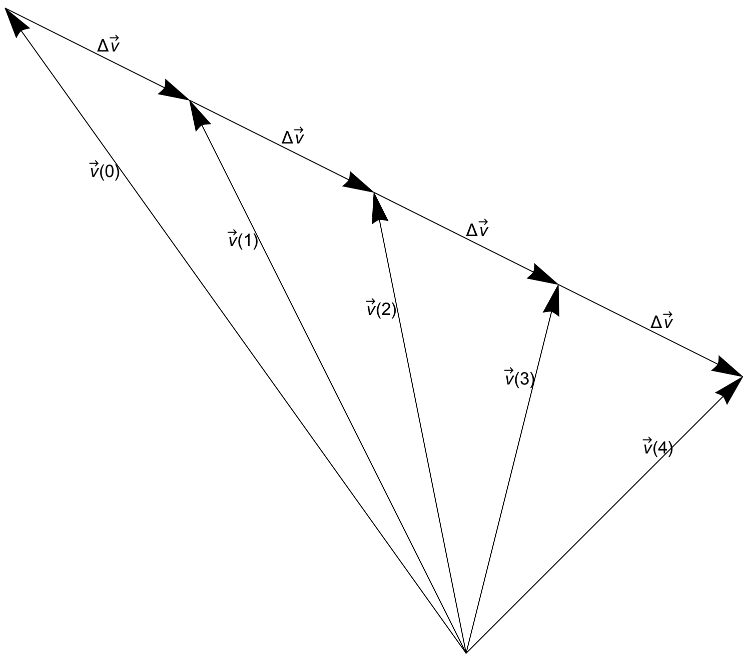
Evolution de la vitesse du point de vue géométrique

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

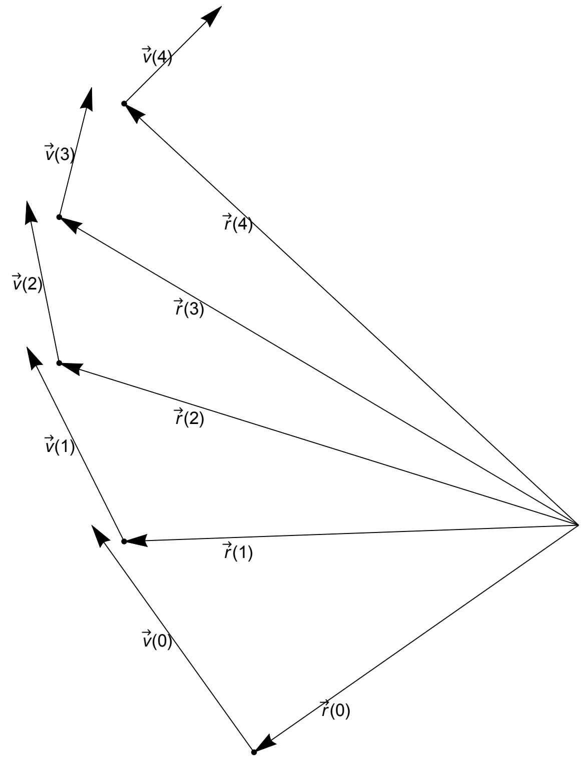
$$\triangle \vec{v} = \vec{a} \triangle t \qquad \text{où } \vec{a} \text{ est constante}$$

On en tire la règle suivante

en des intervalles de temps égaux, les variations de vitesse sont égales (voir figures)



La figure précédente est un hodographe. Les positions correspondantes sont



§ 3.2 Approche analytique

Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Dans le cas particulier où le mouvement est rectiligne (par exemple, une voiture qui freine, un corps en chute libre , ...) on peut choisir le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ de telle manière que la trajectoire du mobile coïncide avec l'axe des x. Alors, l'horaire se réduit à une seule composante scalaire

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On a les relations

$$\dot{v}_x(t) = a_x \qquad\qquad \dot{x}(t) = v_x(t)$$

où nous supposons que a_x est connu tandis que les fonctions $v_x(t)$ et $x(t)$ sont des fonctions cherchées.
Puisque a_x est un polynôme de degré 0, il s'ensuit que $v_x(t)$ doit être un polynôme de degré 1 et $x(t)$ un polynôme de degré 2.

$$v_x(t) = v_1 t + v_0$$
$$x(t) = x_2 t^2 + x_1 t + x_0$$

Pour déterminer le coefficient v_1, calculons la dérivée de $v_x(t)$ et comparons avec a_x

$$\dot{v}_x(t) = v_1 = a_x \quad \Longrightarrow \quad v_x(t) = a_x\, t + v_0$$

Pour déterminer les coefficients x_2, x_1, calculons la dérivée de x(t) et comparons avec $v_x(t)$

$$\dot{x}(t) = 2\, x_2\, t + x_1 = a_x\, t + v_0$$
$$\Longrightarrow \{2\, x_2 = a_x \;\; \text{et} \;\; x_1 = v_0\}$$

$$\Longrightarrow \quad x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + x_0$$

Finalement, on obtient (voir *Formulaires et tables* p. 130)

$$x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + x_0$$
$$v_x(t) = a_x t + v_0$$
$$a_x(t) = a_x = \text{const}$$

où $v_0 = v_x(0)$ = vitesse initiale (vitesse à l'instant $t = 0$)
$x_0 = x(0)$ = position initiale (position à l'instant $t = 0$).

Si l'instant initial t_0 est quelconque, alors les formules précédentes prennent la forme plus générale

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2} a_x (t - t_0)^2 + v_0 (t - t_0) + x_0 \\ v_x(t) &= a_x (t - t_0) + v_0 \\ a_x(t) &= a_x = \text{const} \end{aligned}}$$

où $v_0 = v_x(t_0)$ = vitesse initiale (vitesse à l'instant t_0)
$x_0 = x(t_0)$ = position initiale (position à l'instant t_0).

Mouvement uniformément accéléré en dimension 3

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}, \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

On a les relations

$$\dot{v}_x(t) = a_x \qquad \dot{v}_y(t) = a_y \qquad \dot{v}_z(t) = a_z$$
$$\dot{x}(t) = v_x(t) \qquad \dot{y}(t) = v_y(t) \qquad \dot{z}(t) = v_z(t)$$

où nous supposons que a_x, a_y et a_z sont connus tandis que les fonctions $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ sont cherchées.
En répétant trois fois le raisonnement fait auparavant pour la dimension 1, on obtient

$$v_x(t) = a_x t + v_x(0) \qquad x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_x(0) t + x_0$$
$$v_y(t) = a_y t + v_y(0) \qquad y(t) = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_y(0) t + y_0$$
$$v_z(t) = a_z t + v_z(0) \qquad z(t) = \frac{1}{2} a_z t^2 + v_z(0) t + z_0$$

On peut écrire ces résultats sous une forme vectorielle (voir *Formulaires et tables*)

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{2} \vec{a} t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0 \qquad \vec{v}(t) = \vec{a} t + \vec{v}_0$$

$$\text{où} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \overrightarrow{\text{const}}, \qquad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_x(0) \\ v_y(0) \\ v_z(0) \end{pmatrix}, \qquad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{pmatrix}$$

Si l'instant initial t_0 est quelconque, les formules précédentes prennent la forme plus générale

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \frac{1}{2} \vec{a} (t - t_0)^2 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \vec{r}_0 \\ \vec{v}(t) &= \vec{a} (t - t_0) + \vec{v}_0 \\ \text{où} \quad \vec{a} &= \overrightarrow{\text{const}}, \qquad \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0), \qquad \vec{r}_0 = \vec{r}(t_0) \end{aligned}}$$

La trajectoire d'un tel mouvement est toujours située dans un plan car les déplacements $\overrightarrow{\Delta r}$ sont des combinaisons linéaires des deux vecteurs ($\vec{a}$, $\overrightarrow{v_0}$):

$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\,\overrightarrow{v_0}$$

Par suite, il est possible de choisir un repère $\left(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$ tel que z=0 et d'écrire l'horaire du mobile dans le plan Oxy avec deux composantes seulement

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} a_x\, t^2 + v_x(0)\, t + x_0 \\ \frac{1}{2} a_y\, t^2 + v_y(0)\, t + y_0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x\, t + v_x(0) \\ a_y\, t + v_y(0) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

§ 3.3 Balistique

En balistique, on considère un corps sur lequel s'exerce une et une seule force : la pesanteur. On suppose donc que l'on peut négliger toutes les autres forces telles que les forces de frottement (mouvement dans le vide). Ainsi, l'accélération à laquelle le corps est soumis est l'accélération gravifique $\vec{g}$.

De plus, si les dénivellations parcourues ne sont pas trop grandes, on peut considérer que cette accélération est constante. Et si on choisit un repère Oxyz avec le plan Oxy horizontal et l'axe Oz vertical orienté vers le haut, le vecteur accélération prend la forme

$$\vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Chez nous, $g = 9.81\ \frac{m}{s^2}$.

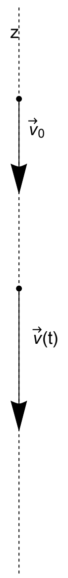
Chute libre (= balistique en dimension 1)

On considère un corps qui

 * qui tombe verticalement   et

 * qui est soumis à une accélération constante $\vec{g}$.

Le mouvement est rectiligne dans le cas où les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$ sont colinéaires, autrement dit lorsque la vitesse initiale est nulle ou verticale.



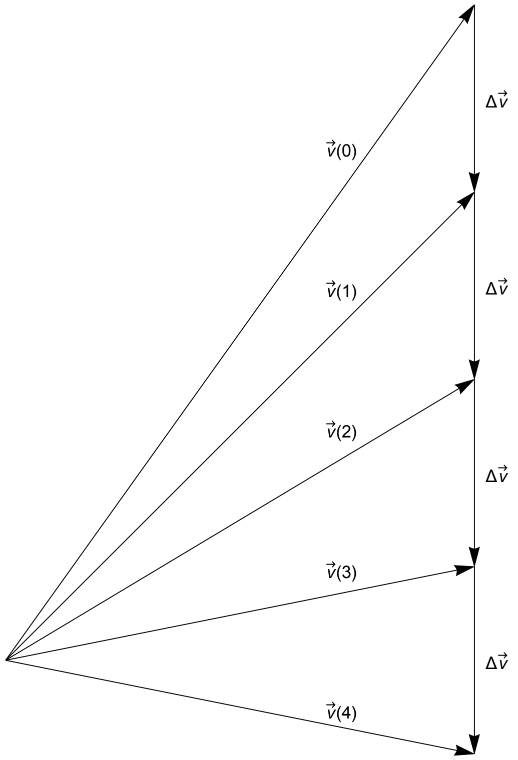
L'horaire du mobile est alors

$$\boxed{\begin{aligned} z(t) &= -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0\, t + z_0 \\ v_z(t) &= -g\, t + v_0 \\ a_z(t) &= -g \end{aligned}}$$

où $v_0 = v_z(0)$ = vitesse initiale (positive vers le haut, négative vers le bas);
$z_0 = z(0)$ = position initiale (altitude à l'instant $t = 0$).

Balistique en dimension 2 ou 3

Intuitivement, $\vec{a} = \vec{g}$ signifie que toutes les variations de vitesses sont des vecteurs verticaux dirigés vers le bas.

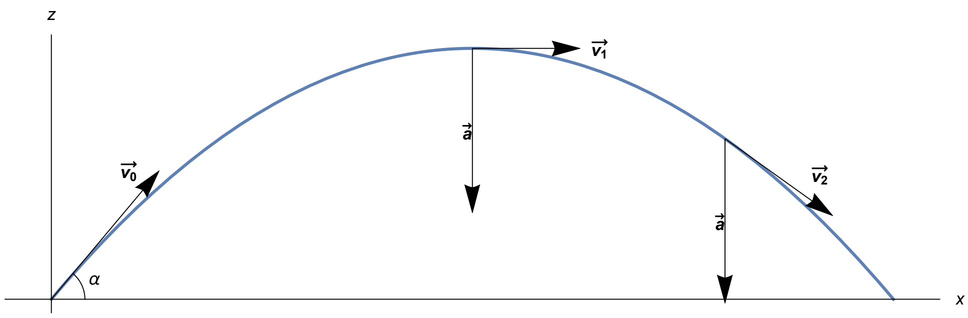


Le vecteur accélération $\vec{g}$ et le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ définissent un plan vertical. On choisissant d'une manière adéquate le repère Oxyz, on peut faire en sorte que $y = 0$. La trajectoire est alors située dans le plan vertical Oxz.

$$\vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_x(0) \\ 0 \\ v_z(0) \end{pmatrix}$$

Ecrivons les équations en dimension 2 et faisons apparaître, pour la vitesse initiale, l'angle d'élévation α

$$\vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_x(0) \\ v_z(0) \end{pmatrix} = v_0 \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 + \vec{v}_0\,t + \vec{r}_0 \\ &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} v_0\cos(\alpha) \\ v_0\sin(\alpha) \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} x_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} v_0 \cos(\alpha)\, t + x_0 \\ -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + z_0 \end{pmatrix}$$

où $x_0 = x(0)$ = abscisse initiale et $z_0 = z(0)$ = cote initiale

On peut interpréter le tir balistique comme la composition de deux mouvements
* la composante horizontale est un mouvement rectiligne uniforme;
* la composante verticale est une chute libre.

Les équations de mouvement sont

$$\boxed{\begin{array}{c} x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t + x_0 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + z_0 \\ v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g\, t + v_0 \sin(\alpha) \end{array}}$$

Portée du tir

Référons-nous au graphique précédent. Nous supposons que le tir est effectué depuis l'origine

$$\overrightarrow{r_0} = \begin{pmatrix} x_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et que le sol est horizontal. Quelle est alors la portée du tir (mesurée horizontalement) ?

Le mobile touche le sol à l'instant t où $z = 0$

$$\begin{aligned} & z(t) = 0 \\ \Longleftrightarrow\ & -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t = 0 \\ \Longleftrightarrow\ & t \left(-\frac{1}{2} g\, t + v_0 \sin(\alpha) \right) = 0 \\ \Longleftrightarrow\ & \left(t = 0 \quad \text{ou} \quad t = \frac{2 v_0 \sin(\alpha)}{g} \right) \end{aligned}$$

La première réponse est l'heure du départ, la deuxième l'heure de l'arrivée.
La portée du tir est l'abscisse à cet instant

$$x\left(\frac{2 v_0 \sin(\alpha)}{g} \right) = v_0 \cos(\alpha) \frac{2 v_0 \sin(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2}{g} 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

La trigonométrie nous enseigne que (voir *Formulaires et tables*)

$$2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) = \sin(2\alpha)$$

La portée s'écrit aussi

$$\boxed{x\left(\frac{2 v_0 \sin(\alpha)}{g} \right) = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}}$$

La portée est maximale lorsque $\sin(2\alpha) = 1$, c'est-à-dire lorsque $\alpha = 45° = \frac{\pi}{4}$ rad.

La portée maximale est alors égale à $\frac{v_0^2}{g}$.

§ 3.4 Vitesse moyenne

En général, il faut distinguer "vitesse moyenne", "moyenne des vitesses",

"vitesse à la mi-temps"

Considérons le mouvement rectiligne suivant (t en secondes, x en mètres)

$$x(t) = t^3 \qquad [\text{m}]$$

$$v_x(t) = 3\,t^2 \qquad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$a_x(t) = 6\,t \qquad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

La vitesse moyenne sur l'intervalle de temps [0; 2] est

$$\bar{v} = \frac{x(2) - x(0)}{2 - 0} = \frac{8 - 0}{2} = 4 \qquad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

La moyenne des vitesses aux extrémités de l'intervalle de temps [0; 2] vaut

$$\frac{v_x(0) + v_x(2)}{2} = \frac{0 + 12}{2} = 6 \qquad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

La vitesse au milieu de l'intervalle de temps [0; 2] (vitesse à la mi-temps) est

$$v_x(1) = 3 \qquad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

Les trois expressions sont différentes.

Pour le mouvement uniformément accéléré, la vitesse moyenne est égale à la vitesse à la mi-temps

Dans le cas d'un mouvement uniformément accéléré, on a

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 + \vec{v}_0\,t + \vec{r}_0$$

$$\vec{v}(t) = \vec{a}\,t + \vec{v}_0$$

La vitesse moyenne sur l'intervalle $[t_1,\ t_2]$ est

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\vec{a}\,t_2^2 + \vec{v}_0\,t_2 + \vec{r}_0\right) - \left(\frac{1}{2}\vec{a}\,t_1^2 + \vec{v}_0\,t_1 + \vec{r}_0\right)}{t_2 - t_1} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}\vec{a}\left(t_2^2 - t_1^2\right) + \vec{v}_0\,(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{1}{2}\vec{a}\,(t_2 + t_1) + \vec{v}_0$$

La moyenne des vitesses aux extrémités de l'intervalle $[t_1,\ t_2]$ est

$$\frac{1}{2}\left(\vec{v}(t_1) + \vec{v}(t_2)\right) = \frac{1}{2}\left(\vec{a}\,t_1 + \vec{v}_0 + \vec{a}\,t_2 + \vec{v}_0\right) = \frac{1}{2}\vec{a}\,(t_1 + t_2) + \vec{v}_0$$

La vitesse à la mi-temps est

$$\vec{v}\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) = \vec{a}\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) + \vec{v}_0$$

Les trois expressions sont égales.

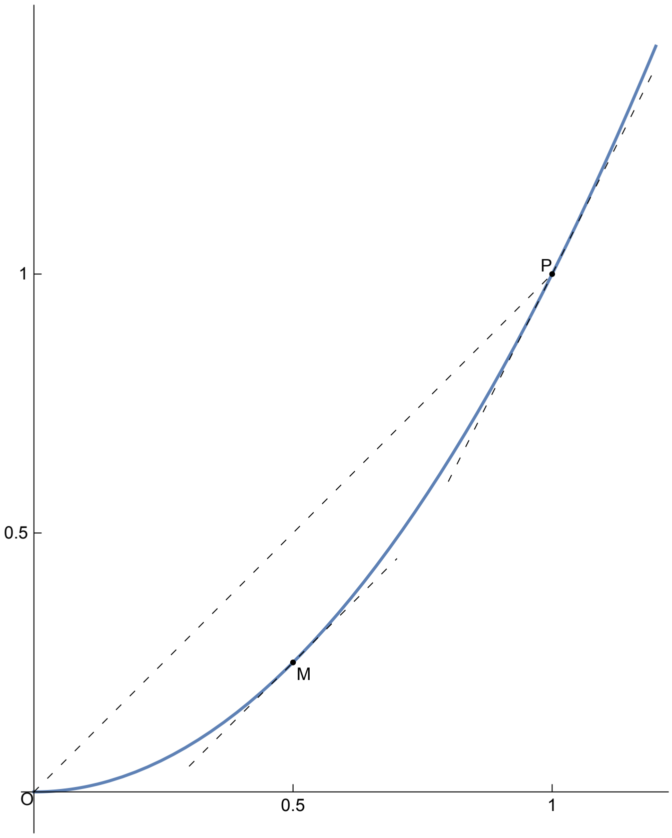
Illustration graphique en dimension 1

$$x(t) = t^2 \qquad [\text{m}]$$

$$v_x(t) = 2\,t \qquad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$a_x(t) = 2 \qquad \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

La courbe x(t) est une parabole.



La vitesse moyenne sur l'intervalle [0s, 1s] est représentée par la pente du segment OP.
La vitesse au milieu de l'intervalle est représentée par la pente de la tangente à la courbe en M.
L'égalité de ces deux pentes signifie que les deux droites correspondantes sont parallèles.
La moyenne des vitesses aux extrémités est représentée par

$$\frac{(\text{pente de la tangente en O}) + (\text{pente de la tangente en P})}{2}$$

Cette grandeur est égale aux deux précédentes.

Exercices

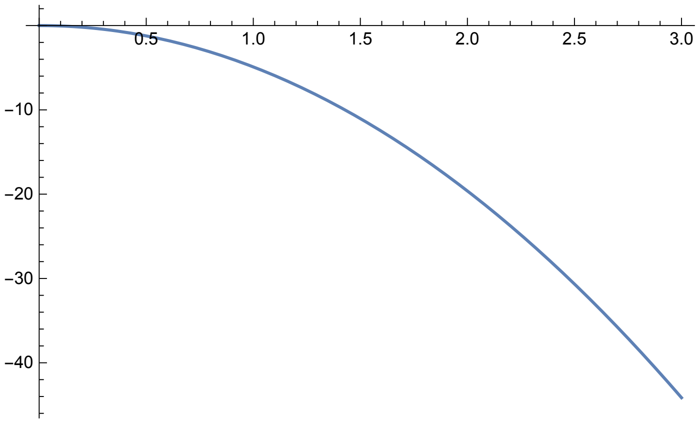
Exercice 3-1

Considérons l'horaire

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2$$

dont le graphique est

```
Plot[-9.81/2 t^2, {t, 0, 3}]
```
tracé de courbes



a) Ce mouvement est-il rectiligne ?
Justifiez votre réponse.

b) Dites si les grandeurs suivantes augmentent, diminuent ou sont constantes:

1° la vitesse linéaire;
2° la composante verticale de la vitesse;
3° la composante verticale de l'accélération;
4° la distance à l'origine;
5° la cote du mobile.

Exercice 3-2

Du haut d'une tour de 30 m, un objet est lancé verticalement vers le haut à une vitesse initiale de 3 $\frac{m}{s}$.

a) Quelle hauteur atteint-il ?
b) A quelle vitesse arrive-t-il au sol ?
c) Quelle est sa vitesse moyenne sur les 15 derniers mètres ?

Exercice 3-3

Une voiture roule à une vitesse constante. Le conducteur aperçoit un obstacle. Après un temps de réaction de 1 s, il effectue un freinage dont la décélération est de 5.2 $\frac{m}{s^2}$ (sur route sèche).

a) Quelle est la distance d'arrêt pour une vitesse de 60 $\frac{\text{km}}{h}$?

(distance d ' arrêt) = (distance de réaction) + (distance de freinage)

b) Même question pour une vitesse de 120 $\frac{\text{km}}{h}$.

Exercice 3-4

Un objet est lancé horizontalement sur le sol à une vitesse de 6 $\frac{m}{s}$. Il s'arrête sur une distance de 15 m sous l'effet des forces de frottement.

a) Calculez sa décélération (supposée constante).
b) Quelle est sa vitesse à mi-parcours (c'est-à-dire après 7.5 m) ?
c) Où se trouve-t-il lorsque sa vitesse est de 3 $\frac{m}{s}$?

Exercice 3-5

Sur une table dont le plateau horizontal est situé à 75 cm au-dessus du sol, un chariot roule en direction du bord puis tombe au sol à une distance de 50 cm de la table (la distance est mesurée horizontalement sur le sol).

a) A quelle vitesse le chariot a-t-il quitté la table ?
b) A quelle vitesse atteint-il le sol ?
c) Sous quel angle atteint-il le sol (angle avec la verticale) ?
d) Quelle devrait être sa vitesse initiale pour qu'il tombe à 1m de la table ?

Exercice 3-6

Deux objets partent en même temps du même endroit.
Le premier tombe verticalement en chute libre.
Le deuxième est lancé horizontalement avec une vitesse initiale $\vec{u}$.
Comparez

a) les durées de leurs chutes;
b) les vitesses linéaires auxquelles ils atteignent le sol.

Exercice 3-7

Un projectile est lancé du sol à une vitesse de 50 $\frac{m}{s}$. La cible est située à 240 m plus loin sur le sol horizontal. Sous quel(s) angle(s) d'élévation faut-il effectuer le tir ?

Directive
La formule de la portée ne se trouve pas dans le formulaire. Etablir la formule fait partie de l'exercice. Il ne s'agit pas de la tirer du cours, mais de s'exercer à la retrouver.

Exercice 3-8

a) Reprenons et poursuivons l'exemple du § 3.4

$$x(t) = t^3 \qquad \text{sur l' intervalle } [0\,s;\ 2\,s]$$

Quelle est la vitesse à mi-parcours ?

b) Pour un mouvement uniformément accéléré, la vitesse à mi-parcours est-elle égale à la vitesse à la mi-temps ?
Indication : si oui, faites une preuve générale; si non, donnez un contre-exemple.

Exercice 3-9

D'un mobile en mouvement rectiligne uniformément accéléré, on donne

$$a_x = -0.5 \qquad v_x(5) = 12 \qquad x(5) = -50$$

Déterminez sa vitesse à l'instant t et son horaire *par calcul intégral* (voir § 3.2).

Liens

Vers les corrigés des exercices des § 2 et 3 :
https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/corriges/cinematique/2_et_3-cinematique-cor.pdf

Vers la page mère: Applications des mathématiques
https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/index.html