

Gamme tempérée

Calcul de la fréquence des notes

La gamme tempérée, aussi appelée «le tempérament égal»

Il existe une quantité de systèmes de gammes et/ou de tempéraments distincts : le système pythagoricien, la gamme de Zarlino, les tempéraments mésotoniques, les tempéraments inégaux, la gamme tempérée, etc.

Contrairement aux autres systèmes, la gamme tempérée est caractérisée par la division de l'octave en douze demi-tons parfaitement égaux. Cette simplification est nécessaire pour accorder, une fois pour toutes, les instruments à sons fixes, c'est-à-dire ceux dont l'instrumentiste ne peut pas, comme le violoniste, ajuster la hauteur pendant l'interprétation. Il s'agit d'un compromis qui permet à l'instrument de jouer dans toutes les tonalités et qui autorise toutes les transpositions. Dès qu'une formation comprend un ou plusieurs instruments à sons fixes, l'usage du tempérament égal s'impose à tous, à l'exception des reconstitutions historiques. La gamme tempérée est le standard de la musique occidentale.

Fréquence de référence

La fréquence du la_3 est fixée à 440 Hz.

Octaves

Le rapport des fréquences de deux notes à l'octave est de 2.

«*Monter d'une octave*» équivaut à «*multiplier la fréquence par 2*». Par exemple fréquence du $la_3 = 440$ Hz ; fréquence du $la_4 = 880$ Hz ; fréquence du $la_5 = 1760$ Hz ; etc.

«*Descendre d'une octave*» équivaut à «*diviser la fréquence par 2*» :
fréquence du $la_2 = 220$ Hz ; fréquence du $la_1 = 110$ Hz.

On remarquera que des intervalles sonores perçus comme égaux correspondent à des fréquences en progression géométrique. On dit que la perception sonore est logarithmique.

Demi-tons

La gamme tempérée est caractérisée par des demi-tons égaux. Soit r le rapport des fréquences de deux demi-tons consécutifs :

«*monter d'un demi-ton*» équivaut à «*multiplier la fréquence par r* ».

L'octave étant partagée en 12 demi-tons égaux, on peut dire que «*monter d'une octave*» équivaut à «*monter de 12 demi-tons*», ce qui conduit à l'équation

$$2 = r^{12}$$

On peut en déduire le rapport des fréquences de deux demi-tons successifs

$$r = \sqrt[12]{2} \simeq 1.05946$$

Ainsi, la différence d'un comma entre le $do\sharp$ et le $réb$ est gommée, ce qui permet à ces deux notes d'être associées à la même touche d'un clavier.

Fréquence d'une note

Selon la règle «*monter d'un demi-ton*» équivaut à «*multiplier la fréquence par r* », on peut calculer la fréquence des notes :

fréquence du $(\text{la}\sharp)_3 = (440 \text{ Hz}) \times r \simeq 466.16 \text{ Hz}$

fréquence du $(\text{si})_3 = (440 \text{ Hz}) \times (r^2) \simeq 493.88 \text{ Hz}$, etc.

Selon la règle «descendre d'un demi-ton» équivaut à «diviser la fréquence par r », on peut calculer la fréquence des notes :

fréquence du $(\text{sol}\sharp)_3 = \frac{440 \text{ Hz}}{r} \simeq 415.3 \text{ Hz}$

fréquence du $(\text{sol})_3 = \frac{440 \text{ Hz}}{r^2} \simeq 392 \text{ Hz}$, etc.

La formule est donc

$$\text{fréquence}(\text{note}) = (440 \text{ Hz}) r^n$$

où n est le nombre de demi-tons entre le la_3 et la note, compté positivement vers le haut ou négativement vers le bas, par exemple

$$\text{fréquence}(\text{do}_4) = (440 \text{ Hz}) r^3 \simeq 523.251 \text{ Hz}$$

$$\text{fréquence}(\text{ré}_3) = (440 \text{ Hz}) r^{-7} \simeq 293.665 \text{ Hz}$$

Les intervalles tempérés

La quinte tempérée, formée de sept demi-tons, correspond au rapport de fréquences

$$r^7 \simeq 1.498307$$

au lieu de $\frac{3}{2} = 1.5$ pour la quinte pure. Ce léger raccourcissement fait disparaître la quinte du loup.

Tabelle des fréquences en hertz

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
do	32.703	65.406	130.81	261.63	523.25	1046.5	2093.	4186.	8372.	16744.
do \sharp =ré \flat	34.648	69.296	138.59	277.18	554.37	1108.7	2217.5	4434.9	8869.8	17740.
ré	36.708	73.416	146.83	293.66	587.33	1174.7	2349.3	4698.6	9397.3	18795.
ré \sharp =mi \flat	38.891	77.782	155.56	311.13	622.25	1244.5	2489.	4978.	9956.1	19912.
mi	41.203	82.407	164.81	329.63	659.26	1318.5	2637.	5274.	10548.	21096.
fa	43.654	87.307	174.61	349.23	698.46	1396.9	2793.8	5587.7	11175.	22351.
fa \sharp =sol \flat	46.249	92.499	185.	369.99	739.99	1480.	2960.	5919.9	11840.	23680.
sol	48.999	97.999	196.	392.	783.99	1568.	3136.	6271.9	12544.	25088.
sol \sharp =la \flat	51.913	103.83	207.65	415.3	830.61	1661.2	3322.4	6644.9	13290.	26580.
la	55.	110.	220.	440.	880.	1760.	3520.	7040.	14080.	28160.
la \sharp =si \flat	58.27	116.54	233.08	466.16	932.33	1864.7	3729.3	7458.6	14917.	29834.
si	61.735	123.47	246.94	493.88	987.77	1975.5	3951.1	7902.1	15804.	31609.

Accordage des instruments à sons fixes (claviers et guitares)

Comme il est difficile d'accorder d'oreille selon le tempérament égal, on peut transformer le smartphone en fréquence-mètre en téléchargeant une application. Dans le cas d'un *analyseur spectral*, la fréquence à prendre en compte est la plus petite, appelée fondamentale, les autres étant les harmoniques.

Lien hypertexte vers la page mère :

[Musique sur le site www.deleze.name](http://www.deleze.name)

www.deleze.name/marcel/physique/musique/index.html

Marcel Délèze