Énoncés des exercices « 2s - Fonctions trigonométriques »

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/2s/2s-fct-trig.pdf

2s - Fonctions trigonométriques - Corrigés

Corrigé de l'exercice 1

Nombre entier de tours

$$k = \text{round}\left(\frac{53\pi}{6 \cdot 2\pi}\right) = \text{round}\left(\frac{53}{12}\right) = 4$$

Angle principal

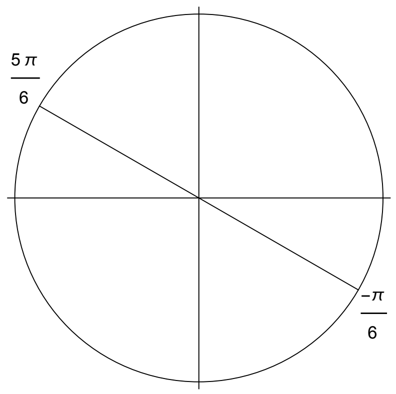
$$\varphi = \alpha - k2\pi = \frac{53\pi}{6} - 4 \cdot 2\pi = \frac{53\pi - 48\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

Nombre entier de tours

$$k = \text{round}\left(\frac{35\pi}{6 \cdot 2\pi}\right) = \text{round}\left(\frac{35}{12}\right) = 3$$

Angle principal

$$\varphi = \alpha - k2\pi = \frac{35\pi}{6} - 3 \cdot 2\pi = \frac{35\pi - 36\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}$$



$$\cos\left(\frac{53\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{35\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

Corrigé de l'exercice 2 a)

Nombre entier de tours

$$k = \text{round}\left(\frac{538\pi}{3 \cdot 2\pi}\right) = 90$$

Angle principal

$$\varphi = \alpha - k2\pi = \frac{538\pi}{3} - 90 \cdot 2\pi = -\frac{2\pi}{3}$$

Nombre entier de tours

$$k = \text{round}\left(\frac{-146\pi}{3 \cdot 2\pi}\right) = -24$$

Angle principal

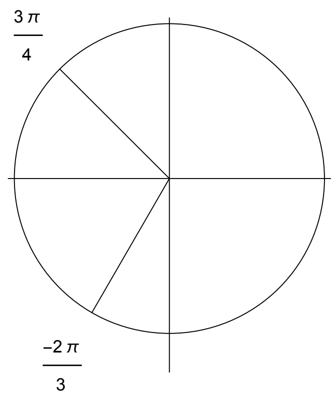
$$\varphi = \alpha - k2\pi = \frac{-146\pi}{3} + 24 \cdot 2\pi = -\frac{2\pi}{3}$$

Nombre entier de tours

$$k = \text{round}\left(\frac{-77\pi}{4 \cdot 2\pi}\right) = -10$$

Angle principal

$$\varphi = \alpha - k\ 2\pi = \frac{-77\pi}{4} + 10 \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{4}$$



Corrigé de l'exercice 2 b)

$$\cos\left(\frac{538\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{-146\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{77\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

Corrigé de l'exercice 3

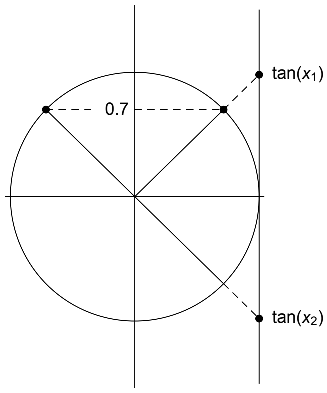
a)

$$\tan^2(x) = \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\sin^2(x)}{1-\sin^2(x)}$$

b)

$$\tan^2(x) = \frac{0.7^2}{1-0.7^2} \simeq 0.960784$$

$$\tan(x) \simeq \pm 0.980196$$



c) D'après le formulaire,

$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \ \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{3}+\pi\right) = -\sqrt{3} \ \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} \ x = \frac{2\pi}{3}$$

Corrigé de l'exercice 4 a)

$$\cos(x-\pi) = -\cos(x) = -\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5}$$

$$\cos(-x-\pi) = \cos(x+\pi) = -\cos(x) = -\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5}$$

$$\cos(x-2\pi) = \cos(x) = -\frac{4}{5}$$

$$\cos(-x-2\pi) = \cos(-x) = \cos(x) = -\frac{4}{5}$$

Corrigé de l'exercice 4 b)

$$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1 \iff \left(-\frac{4}{5}\right)^2+\sin^2(x)=1 \iff \sin^2(x)=\frac{9}{25} \iff \sin(x)=\pm\frac{3}{5}$$

$$\pi \leq x < 2\pi \implies \sin(x)\leq 0 \text{ donc } \sin(x)=-\frac{3}{5}$$

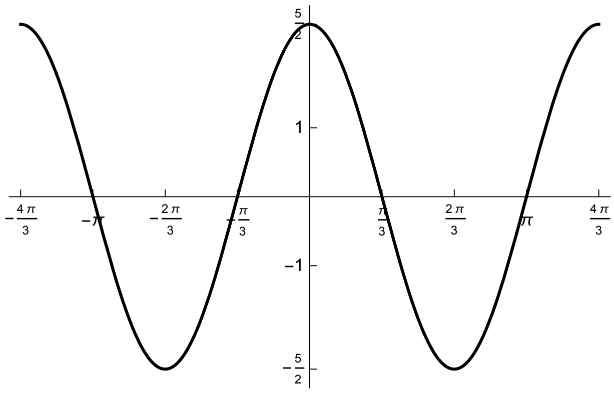
$$\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}=\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}$$

Corrigé de l'exercice 5

$$f(x)=\frac{5}{2}\cos\left(\frac{3x}{2}\right)$$

$\alpha=\frac{3x}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\frac{5}{2}\cos(\alpha)$=f(x)	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$
x=$\frac{2\alpha}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$

Période : $T=\frac{2\pi}{3}-\left(-\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{4\pi}{3}$
Deux min. successifs : $\left(-\frac{2\pi}{3};-\frac{5}{2}\right)$, $\left(\frac{2\pi}{3};-\frac{5}{2}\right)$.



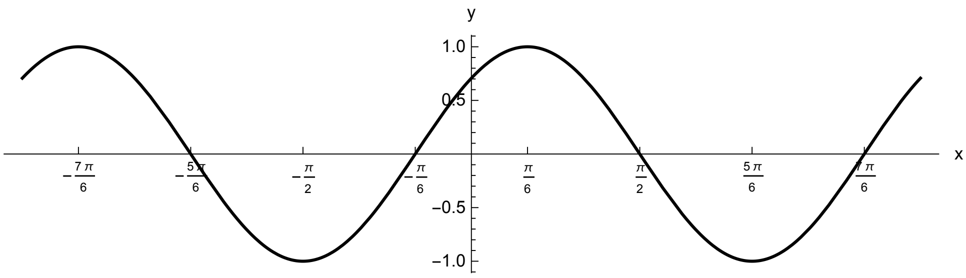
Corrigé de l'exercice 6

$$f(x)=\cos\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$$

Pour dresser un tableau de valeurs sur une période, commencer d'abord par remplir les deux dernières lignes.
Pour remplir la première ligne, résoudre les équations $\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}=-\pi$, $\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}$, etc.

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$
$\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4})$	-1	0	1	0	-1

Période : $T = \frac{5\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{4\pi}{3}$



Deux maximums successifs : $\left(\frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3}; 1\right) = \left(-\frac{7\pi}{6}; 1\right)$ et $\left(\frac{\pi}{6}; 1\right)$
Pour déterminer si la fonction est impaire, comparons

$$f(-x) \stackrel{?}{=} -f(x)$$

$$\cos\left(\frac{3(-x)}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{?}{=} -\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(-\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4} + \pi\right)$$

$$\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{4}\right)$$

La fonction n'est pas impaire. Pour déterminer si la fonction est paire, comparons

$$f(-x) \stackrel{?}{=} f(x)$$

$$\cos\left(\frac{3(-x)}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(-\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

La fonction n'est pas paire.

Corrigé de l'exercice 7 a)

$$f(-x) = 2\cos\left(\frac{3(-x)+\pi}{4}\right) = 2\cos\left(\frac{-3x+\pi}{4}\right)$$

$f(-x) \neq f(x)$: f n'est pas paire ;
$f(-x) \neq -f(x)$: f n'est pas impaire.

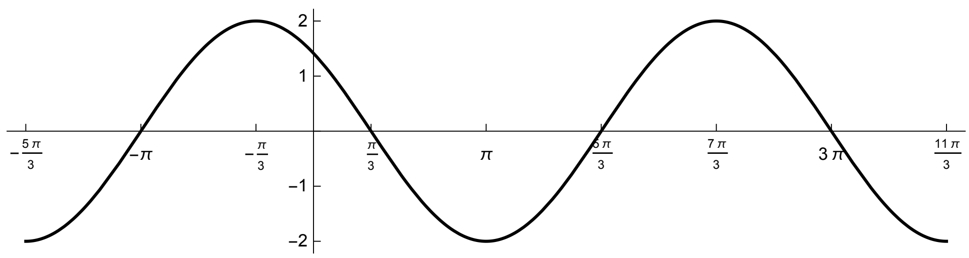
Corrigé de l'exercice 7 b)

Dressons un tableau de valeurs sur une période (commencer par remplir les deux lignes α et $\cos(\alpha)$) :

x	$-\frac{5\pi}{3}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	π
$\alpha=\frac{3\backslash x+\pi}{4}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(\alpha)$	-1	0	1	0	-1
$2\cos(\alpha)$	-2	0	2	0	-2

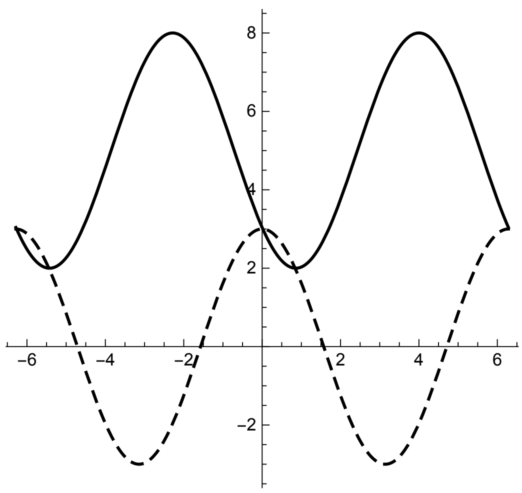
$$T = \pi - \left(-\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{8\pi}{3}$$

Corrigé de l'exercice 7 c)



Corrigé de l'exercice 8

a) c)



b) La période de f est de 2π

d) $f(x) = 3\cos(x-4)+5$

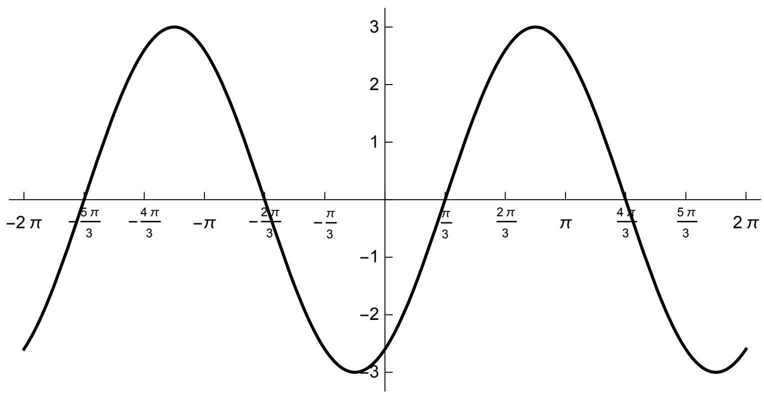
Corrigé de l'exercice 9

Diverses méthodes peuvent être utilisées.
Sachant que la fonction $\alpha \longmapsto 3\cos(\alpha)$ est périodique, de période 2π, déroulons l'angle α sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$ (dans le tableau qui suit, on commence par remplir les lignes 2, 3 et 4).
Effectuons ensuite la substitution $\alpha = x - \frac{5\pi}{6}$ (la première ligne $x = \alpha + \frac{5\pi}{6}$ est remplie en dernier).

x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
x-$\frac{5\pi}{6} = \alpha$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(\alpha)$	-1	0	1	0	-1
$3\cos(\alpha)$ = f(x)	-3	0	3	0	-3

Il ne reste plus qu'à interpréter les résultats en fonction de x

- Amplitude 3
- Période $T = \frac{11\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2\pi$
- Ensemble des valeurs $[-3; 3]$
- Un maximum $\left(\frac{5\pi}{6}; 3\right)$
- Un minimum $\left(-\frac{\pi}{6}; -3\right)$



Lien vers la page mère : Exercices avec corrigés sur www.deleze.name

www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html

Marcel Délèze